

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2021-2022
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 3/11/2021

Ημερομηνία Παράδοσης: 16/11/2021

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

- Η παράδοση των ασκήσεών σας θα γίνεται ηλεκτρονικά, **ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ** μέσω της σελίδας e-learn του μαθήματος, **εδώ**. Παραδόσεις με e-mail, ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο δε θα γίνονται δεκτές και θα **μηδενίζονται**.
- Για την παράδοση, θα πρέπει να σκανάρετε ή να φωτογραφίσετε τις κόλλες των ασκήσεών σας και, στη συνέχεια, να φτιάξετε **ένα PDF** που θα περιλαμβάνει αυτές τις φωτογραφίες, δηλαδή το σύνολο της λυμένης σειράς ασκήσεων.
- Αριθμήστε τις σελίδες των ασκήσεών σας (από την άσκηση 1, στην άσκηση 2, στην άσκηση 3 κ.ο.κ.) και **ΣΙΓΟΥΡΕΥΤΕΙΤΕ** ότι τα σκανάρσματα που έχετε κάνει έχουν δημιουργήσει εικόνες στις οποίες είναι **ΕΥΔΙΑΚΡΙΤΕΣ** και **ΕΥΚΟΛΟΔΙΑΒΑΣΤΕΣ** οι λύσεις σας. Θολές, και γενικότερα θορυβώδεις, εικόνες ενδέχεται να καταστήσουν αδύνατη τη διαδικασία της διόρθωσης και κατ' επέκταση να οδηγήσουν σε **μηδενισμό** των ασκήσεών σας.

Άσκηση 1.

Πόσα δυνατά Passwords 10 χαρακτήρων δημιουργούνται εάν:

- α) Χρησιμοποιήσουμε μόνο πεζά γράμματα του λατινικού αλφαβήτου.
- β) Χρησιμοποιήσουμε μόνο πεζά γράμματα του λατινικού αλφαβήτου, όλα διαφορετικά μεταξύ τους.
- γ) Χρησιμοποιήσουμε μόνο πεζά γράμματα του λατινικού αλφαβήτου, όλα διαφορετικά μεταξύ τους και σε αλφαβητική σειρά.
- δ) Χρησιμοποιήσουμε μόνο πεζά γράμματα του λατινικού αλφαβήτου και ψηφία εναλλάξ, όλα διαφορετικά μεταξύ τους.
- ε) Χρησιμοποιήσουμε μόνο τα γράμματα Α και Ζ.
- στ) Χρησιμοποιήσουμε μόνο τα γράμματα Α και Ζ και τα περιλαμβάνει **και** τα δύο.
- ζ) Χρησιμοποιήσουμε μόνο τα γράμματα Α και Ζ σε ίδιο πλήθος το καθένα.

Άσκηση 2.

1. Ένας επταψήφιος αριθμός τηλεφώνου $a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$ θεωρείται εύκολος να τον θυμάται κανείς, εάν τα τρία πρώτα ψηφία του, $a_1a_2a_3$, είναι ίδια με τα επόμενα τρία ψηφία, $a_4a_5a_6$, ή με τα τελευταία τρία ψηφία, $a_5a_6a_7$. Πόσοι τέτοιοι "εύκολοι" επταψήφιοι αριθμοί τηλεφώνου υπάρχουν;
2. Δέκα φίλοι αποφάσισαν να παίξουν έναν αγώνα μπάσκετ. Με πόσους τρόπους μπορούν να χωριστούν σε δύο ομάδες των 5 ατόμων;
3. Σε ένα τραπέζι γάμου πρέπει να καθίσουν 50 προσκεκλημένοι σε 5 κυκλικά τραπέζια των 10 ατόμων. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν;

Άσκηση 3.

1. Ένα δίκαιο εξάπλευρο ζάφι ρίχνεται τρεις φορές ανεξάρτητα. Ποιο είναι πιο πιθανό: να προκύψει άθροισμα ίσο με 11 ή με 12;
2. Η ομάδα σας παίζει στην έδρα της 11 διαδοχικά παιχνίδια με αντίπαλες ομάδες. Λόγω "νέας εποχής εξυγίανσης" στο ελληνικό ποδόσφαιρο, έχει προαποφασιστεί να κάνει 5 νίκες, 4 ισοπαλίες και 2 ήττες. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό;

Άσκηση 4.

Σε ένα πανεπιστήμιο προσφέρονται 8 μαθήματα χαμηλού επιπέδου: $\{L_1, L_2, \dots, L_8\}$ και 10 μαθήματα υψηλού επιπέδου: $\{H_1, H_2, \dots, H_{10}\}$. Ένα έγκυρο πρόγραμμα σπουδών αποτελείται από 4 μαθήματα χαμηλού επιπέδου και 3 μαθήματα υψηλού επιπέδου.

- α) Πόσα είναι τα πιθανά διαφορετικά έγκυρα προγράμματα σπουδών;
- β) Υποθέστε ότι τα $\{H_1, H_2, \dots, H_5\}$ έχουν ως προαπαιτούμενο το L_1 , και τα $\{H_6, H_7, \dots, H_{10}\}$ έχουν ως προαπαιτούμενα τα L_2 και L_3 . Για παράδειγμα, οποιοδήποτε πρόγραμμα σπουδών που περιέχει κάποιο από τα $\{H_1, H_2, \dots, H_5\}$ για να είναι έγκυρο πρέπει να περιέχει και το L_1 . Πόσα διαφορετικά έγκυρα προγράμματα σπουδών υπάρχουν;

Άσκηση 5.

Σε ένα τουρνουά σκακιού κάθε παίκτης έπαιξε ακριβώς ένα παιχνίδι με κάθε άλλο παίκτη. Στο τέλος, καταμετρήθηκαν 45 παιχνίδια μεταξύ γυναικών και 190 παιχνίδια μεταξύ ανδρών. Σε πόσα παιχνίδια ο ένας παίκτης ήταν άνδρας και ο άλλος γυναίκα;

Άσκηση 6.

Ρίχνουμε δύο δίκαια τριέδρα ζάρια. Ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή X ως την διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο ρίψεων.

- α) Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X , $p_X(x)$, και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- β) Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής $Y = X^2$, $p_Y(y)$, και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Άσκηση 7.

Μαζί με εννιά φίλους σας σκοπεύετε να πάτε σε μία συναυλία. Οι τέσσερις από τους φίλους σας είναι και συμφοιτητές σας στο ΗΥ-217, ενώ οι υπόλοιποι πέντε δεν είναι. Δυστυχώς, το αυτοκίνητό σας χωράει μόνο πέντε επιβάτες. Οπότε, τυχαία, επιλέγετε να πάρετε μαζί σας τέσσερις από τους εννιά φίλους σας. Οι υπόλοιποι θα χάσουν τη συναυλία... :(

Με το που φτάνετε στη συναυλία, τυχαίνει όσοι παίρνουν το ΗΥ-217 να μπαίνουν δωρεάν :) , ενώ οι υπόλοιποι πληρώνουν από 10 ευρώ ο καθένας. Ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή X ως το συνολικό ποσό που όλη η παρέα πληρώνει για να παρακολουθήσει τη συναυλία.

- α) Ποιο είναι το πεδίο τιμών της τ.μ. X ;
- β) Υπολογίστε τη συνάρτηση πιθανότητας, $p_X(x)$, της τ.μ. X .
- γ) Υπολογίστε τη μέση τιμή, $E[X]$, της τ.μ. X .
- δ) Αν αντί να μπαίνουν δωρεάν, οι φοιτητές του ΗΥ-217 πληρώνουν z ευρώ ο καθένας, ποιο είναι το νέο μέσο κόστος εισόδου στη συναυλία για την παρέα;

Άσκηση 8. - Προγραμματιστική

Ο Στέφανος θέλει να φτιάξει ένα home cinema room. Όμως, δυστυχώς, τα λεφτά που μπορεί να διαθέσει είναι περιορισμένα :(. Συνεπώς, αποφασίζει να πάρει όσο καλύτερη οθόνη, ηχεία κτλ. μπορεί και να μην πάρει θέσεις/καρέκλες. Εξάλλου, αυτός και οι φίλοι του έχουν συνηθίσει από τα αμφιθέατρα και τίποτα δεν τους φαίνεται πολύ άβολο πλέον. Επομένως, όταν μαζεύονται για ταινία φέρνουν **το πολύ 8** φορητές καρέκλες, π.χ. καρέκλες από την τραπεζαρία, τις οποίες, όμως, καμιά φορά βαριούνται να μαζέψουν. Δηλαδή, μπορεί να είναι 3 άτομα στο δωμάτιο και να υπάρχουν 7 καρέκλες. Προφανώς, πάντα θα πρέπει να υπάρχουν αρκετές καρέκλες για όλους τους θεατές.

Η παρέα του Στέφανου αποτελείται από 7 άτομα και τον ίδιο, δηλαδή συνολικά 8 άτομα. **Καλείστε να βρείτε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς ανθρώπων-καρεκλών με τους οποίους μπορούν να καταλήξουν να βλέπουν ταινία.**

Για παράδειγμα, 3 διαφορετικά ενδεχόμενα είναι:

- (κενή θέση) Στέφανος Μαρία Πέτρος (κενή θέση)
- Στέφανος (κενή θέση) Πέτρος Μαρία (κενή θέση)
- (κενή θέση) Στέφανος (κενή θέση) Δημήτρης Αντώνης

Προσοχή: μας ενδιαφέρει πόσοι και ποιοι θα βλέπουν την ταινία, το πώς θα είναι τοποθετημένοι(η σειρά) και το αν θα είναι, για παράδειγμα, 5 άτομα και 5 καρέκλες ή 3 άτομα και 8 καρέκλες στο χώρο, δηλαδή 4 πράγματα.

Tip: Σκεφτείτε ποια θα είναι όλα τα πιθανά ενδεχόμενα και, στη συνέχεια, αθροίστε όλους τους τρόπους που προκύπτουν σε κάθε ενδεχόμενο προκειμένου να βρείτε πόσοι δυνατοί συνδυασμοί ανθρώπων-καρεκλών υπάρχουν. Να αποθηκεύσετε τους τρόπους που προκύπτουν από κάθε ενδεχόμενο σε έναν διδιάστατο πίνακα (καρεκλών-ανθρώπων) και να σχολιάσετε, σύντομα, τα περιεχόμενα του.

Στην αναφορά σας, να περιλαμβάνεται ο παραπάνω πίνακας, το τελικό αποτέλεσμα και τα σχόλια που ζητούνται.

Μπορείτε, να χρησιμοποιήσετε MATLAB(**προτεινόμενη**) , Python ή C. Για όσους χρησιμοποιήσουν MATLAB, η συνάρτηση **factorial()** θα σας φανεί χρήσιμη.

Καλή Διασκέδαση!