

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2021-2022
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 8/10/2021

Ημερομηνία Παράδοσης: 18/10/2021

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

- Η παράδοση των ασκήσεών σας θα γίνεται ηλεκτρονικά, **ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ** μέσω της σελίδας e-learn του μαθήματος, **εδώ**. Παραδόσεις με e-mail, ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο δε θα γίνονται δεκτές και θα **μηδενίζονται**.
- Για την παράδοση, θα πρέπει να σκανάρετε ή να φωτογραφίσετε τις κόλλες των ασκήσεών σας και στη συνέχεια να φτιάξετε ένα PDF που θα περιλαμβάνει αυτές τις φωτογραφίες, δηλαδή το σύνολο της λυμένης σειράς ασκήσεων.
- Αριθμήστε τις σελίδες των ασκήσεών σας (από την άσκηση 1, στην άσκηση 2, στην άσκηση 3 κ.ο.κ.) και **ΣΙΓΟΥΡΕΥΤΕΙΤΕ** ότι τα σκαναρίσματα που έχετε κάνει έχουν δημιουργήσει εικόνες στις οποίες είναι **ΕΥΔΙΑΚΡΙΤΕΣ** και **ΕΥΚΟΛΟΔΙΑΒΑΣΤΕΣ** οι λύσεις σας. Θολές, και γενικότερα θορυβώδεις, εικόνες ενδέχεται να καταστήσουν αδύνατη τη διαδικασία της διόρθωσης και κατ' επέκταση να οδηγήσουν σε μηδενισμό των ασκήσεών σας.

Άσκηση 1.

Σε έναν πληθυσμό καταγράφουμε το φύλο των παιδιών για οικογένειες με τρία παιδιά. Ορίζουμε με A και K να είναι ένα παιδί αγόρι ή κορίτσι αντίστοιχα. Η σειρά καταγραφής είναι η σειρά ηλικίας.

α) Ποιος είναι ο δειγματικός χώρος;

β) Εκφράστε τα εξής σύνολα:

1. A = «η οικογένεια έχει τουλάχιστον δύο αγόρια»
2. B = «το πρώτο παιδί είναι κορίτσι»
3. C = «όλα τα παιδιά έχουν το ίδιο φύλο»

Άσκηση 2.

Σε ένα συγκεκριμένο πολυσύχναστο αεροδρόμιο, συμβολίζουμε ως A, B, C, D τα ακόλουθα γεγονότα:

A = «τουλάχιστον 5 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

B = «το πολύ 3 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

C = «το πολύ 2 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

D = «ακριβώς 2 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

Με την βοήθεια των γεγονότων A, B, C, D και των συμπληρωμάτων τους, να εκφράσετε τα ακόλουθα γεγονότα:

E = «το πολύ 4 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

F = «το πολύ 1 αεροπλάνο περιμένει να προσγειωθεί»

G = «ακριβώς 3 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

H = «ακριβώς 4 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

I = «τουλάχιστον 4 αεροπλάνα περιμένουν να προσγειωθούν»

Άσκηση 3.

α) Αν για δύο γεγονότα A και B, είναι $P(A) = \frac{3}{4}$ και $P(B) = \frac{3}{8}$, να δείξετε ότι:

$$P(A \cup B) \geq \frac{3}{4} \text{ και } \frac{1}{8} \leq P(A \cap B) \leq \frac{3}{8}$$

β) Αν $P(A) = P(B) = \frac{3}{4}$, να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της πιθανότητας $P(A \cap B)$

γ) Αν τα γεγονότα A, B, C, συνδέονται ως εξής: $A \subset B \subset C$ και $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{5}{12}$ και $P(C) = \frac{7}{12}$, υπολογίστε τις πιθανότητες των ακολούθων γεγονότων (για δική σας ευκολία σχεδιάστε πρώτα τα κατάλληλα διαγράμματα):

$$A^c \cap B, \quad A^c \cap C, \quad B^c \cap C, \quad A \cap B^c \cap C^c, \quad A^c \cap B^c \cap C^c.$$

Υπόδειξη: Αν $A_1 \subset A_2$ τότε $P(A_2 - A_1) = P(A_2) - P(A_1)$

Άσκηση 4.

Ρίχνουμε ζεύγος τίμιων ζαριών.

α) Ποια τα στοιχεία του ενδεχομένου «τα δυο αποτελέσματα έχουν άθροισμα 4»;

β) Ποια η πιθανότητα του ενδεχομένου αυτού;

γ) Ποια η πιθανότητα το άθροισμα των ενδείξεων να διαιρείται με το 3;

Άσκηση 5.

Έχουμε ένα καλάθι με μπάλες. Το 30% απο αυτές είναι απλές κόκκινες, το 5% είναι κόκκινες με ρίγες, το 30% είναι απλές πράσινες, το 15% είναι πράσινες με ρίγες, και το 20% είναι απλές κίτρινες. Αφού ανακατέψουμε τις μπάλες τραβάμε μια τυχαία. Ποια είναι η πιθανότητα η μπάλα που θα τραβήξουμε να είναι κίτρινη **ή** να έχει ρίγες; Ποια είναι η πιθανότητα να είναι κόκκινη(όχι απαραίτητα απλή) **ή** να έχει ρίγες;

Άσκηση 6.

Υλοποιήστε ένα πρόγραμμα που θα πραγματοποιεί N φορές (για αρχή δοκιμάστε με $N = 1000$) το παρακάτω πείραμα. Ρίχνει δύο ζάρια και μετράει το πόσες φορές ισχύει το ενδεχόμενο να είναι ίσα τα δύο αποτελέσματα. Υπολογίστε την συχνότητα του πότε συμβαίνει αυτό (πόσες φορές συνέβη διαιρεμένο με το N) -η οποία είναι ακριβώς η έννοια που προσπαθεί να «πιάσει» η πιθανότητα ενός ενδεχομένου. Αν τρέξετε το πρόγραμμα μερικές φορές θα δείτε ότι κάθε φορά βγάζει και άλλο αποτέλεσμα, αλλά όλα είναι «κοντά» στο σωστό αριθμό $1/6 = 0.1666$. Θα παρατηρήσετε ότι όσο αυξάνετε το N (αριθμός επαναλήψεων του πειράματος) τόσο λιγότερο κυμαίνεται η συχνότητα που υπολογίζει το πρόγραμμα από τον αριθμό $1/6$