

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2020-2021
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 20/10/2020

Ημερομηνία Παράδοσης: 30/10/2020

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

- Η παράδοση των ασκήσεών σας θα γίνεται ηλεκτρονικά, **ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ** μέσω της σελίδας e-learn του μαθήματος, εδώ. Παραδόσεις με e-mail, ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο δε θα γίνονται δεκτές και θα **μηδενίζονται**.
- Για την παράδοση, θα πρέπει να σκανάρετε ή να φωτογραφίσετε τις κόλλες των ασκήσεών σας και στη συνέχεια να φτιάξετε ένα PDF που θα περιλαμβάνει αυτές τις φωτογραφίες, δηλαδή το σύνολο της λυμένης σειράς ασκήσεων.
- Αριθμήστε τις σελίδες των ασκήσεών σας (από την άσκηση 1, στην άσκηση 2, στην άσκηση 3 κ.ο.κ.) και **ΣΙΓΟΥΡΕΥΤΕΙΤΕ** ότι τα σκαναρίσματα που έχετε κάνει έχουν δημιουργήσει εικόνες στις οποίες είναι **ΕΥΔΙΑΚΡΙΤΕΣ** και **ΕΥΚΟΛΟΔΙΑΒΑΣΤΕΣ** οι λύσεις σας. Θολές, και γενικότερα θορυβώδεις, εικόνες ενδέχεται να καταστήσουν αδύνατη τη διαδικασία της διόρθωσης και κατ' επέκταση να οδηγήσουν σε μηδενισμό των ασκήσεών σας.

Άσκηση 1.

- (α) Με πόσους τρόπους μπορούν να χωριστούν k φοιτητές σε n ομάδες;
- (β) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να προγραμματιστούν τρία διαγωνίσματα σε μία περίοδο πέντε ημερών, χωρίς περιορισμό στον αριθμό των διαγωνισμάτων που προγραμματίζονται για την ίδια ημέρα;
Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό αν δεν γίνεται να προγραμματιστούν δύο διαγωνίσματα για την ίδια ημέρα;
- (γ) Με πόσους τρόπους μπορούμε να σχηματίσουμε μία συμβολοσειρά τεσσάρων γραμμάτων χρησιμοποιώντας γράμματα της Ελληνικής γλώσσας;
Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό αν τα γράμματα της συμβολοσειράς είναι διαφορετικά μεταξύ τους;
- (δ) Πόσοι τετραψήφιοι αριθμοί είναι δυνατόν να σχηματιστούν από τα ψηφία 1, 2, 3, 5, 7, 8;

Άσκηση 2.

- (α) 3 αγόρια και 3 κορίτσια θα καθίσουν σε μια σειρά καθισμάτων. Πόσες δυνατότητες υπάρχουν;
- (β) Πόσες δυνατότητες υπάρχουν αν όλα τα κορίτσια καθίσουν μαζί και το ίδιο όλα τα αγόρια;
- (γ) Πόσες δυνατότητες υπάρχουν αν όλα τα κορίτσια καθίσουν μαζί (αλλά όχι αναγκαστικά και τα αγόρια);

- (δ) Πόσες δυνατότητες υπάρχουν αν δεν καθίσουν δυο άτομα του ίδιου φύλλου σε συνεχόμενα καθίσματα;
- (ε) Έστω ότι ανάμεσα στα 3 κορίτσια βρίσκονται η Μαρία και η Ελένη. Πόσες δυνατότητες υπάρχουν αν ανάμεσα στη Μαρία και την Ελένη καθίσουν ακριβώς 2 άτομα;

Άσκηση 3.

Σε μία τάξη 100 φοιτητών υπάρχουν 40 αγόρια.

- (α) Με πόσους τρόπους μπορεί να σχηματιστεί μία 10μελής επιτροπή;
- (β) Επαναλάβετε το (α) αν πρέπει να υπάρχουν ίσοι αριθμοί αγοριών και κοριτσιών στην επιτροπή.
- (γ) Επαναλάβετε το (α) αν η επιτροπή πρέπει να αποτελείται είτε από 6 αγόρια και 4 κορίτσια, είτε από 4 αγόρια και 6 κορίτσια.

Άσκηση 4.

Μια κάλπη περιέχει 5 κόκκινες, 6 μπλε και 8 πράσινες σφαίρες. Αν επιλεγούν τυχαία 3 σφαίρες, υπολογίστε τις παρακάτω πιθανότητες:

- (α) Όλες οι σφαίρες είναι του ίδιου χρώματος, αν κάθε σφαίρα που εξάγεται δεν μπαίνει ξανά στην κάλπη.
- (β) Όλες οι σφαίρες είναι διαφορετικών χρωμάτων, αν κάθε σφαίρα που εξάγεται δεν μπαίνει ξανά στην κάλπη.
- (γ) Όλες οι σφαίρες είναι του ίδιου χρώματος, αν κάθε σφαίρα που εξάγεται ξαναμπαίνει στην κάλπη πριν επιλεγεί η επόμενη.
- (δ) Όλες οι σφαίρες είναι διαφορετικών χρωμάτων, αν κάθε σφαίρα που εξάγεται ξαναμπαίνει στην κάλπη πριν επιλεγεί η επόμενη.

Άσκηση 5.

Για τη σχέση $\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}, 1 \leq k \leq m \leq n$:

- (α) Δώστε μια αλγεβρική απόδειξη (αναλύοντας τις ήδη γνωστές σχέσεις-τύπους).
- (β) Ερμηνεύστε την με ένα επιχείρημα συνδυαστικής (σκεφτείτε ένα πρόβλημα στο οποίο θα ταιριάζει και εξηγήστε το).

Άσκηση 6.

Έστω η τ.μ. X με Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (ΣΠΠ):

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{c}, & \text{αν } x = -2, -1, 0, 1, 2 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

- (α) Υπολογίστε την τιμή της σταθεράς c .
- (β) Υπολογίστε τη μέση τιμή $E[X]$ της τ.μ. X
- (γ) Υπολογίστε τη διασπορά $var(X)$ της τ.μ. X .

Άσκηση 7.

Ένα δοχείο περιέχει τέσσερις μπάλες αριθμημένες από το 1 έως το 4. Δύο μπάλες επιλέγονται τυχαία (χωρίς επανάθεση) από το δοχείο και τοποθετούνται σε ένα καπέλο.

- (α) Υπολογίστε την πιθανότητα ότι η μπάλα 3 βρίσκεται στο καπέλο.
- (β) Ορίζουμε την τ.μ. X ως το άθροισμα των αριθμών των δύο μπαλών που βρίσκονται στο καπέλο. Υπολογίστε τη συνάρτηση πιθανότητας και τη μέση τιμή της τ.μ. X .