

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες-Χειμερινό Εξάμηνο 2018
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 23/10/2018

Ημερομηνία Παράδοσης: 02/11/2018

Θέματα: Στοιχεία Συνδυαστικής Ανάλυσης και Διακριτές Τυχαίες Μεταβλητές(I).

Άσκηση 1. Τραβάμε 7 χαρτιά από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα 52 χαρτιών. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες:

- (i) Τα 7 χαρτιά να περιέχουν ακριβώς 3 άσσους
- (ii) Τα 7 χαρτιά να περιέχουν ακριβώς 2 βαλέδες
- (iii) Τα 7 χαρτιά να περιέχουν ακριβώς 3 άσσους ή 2 βαλέδες

Άσκηση 2.

- (i) Να υπολογιστεί το πλήθος των δυνατών αναγραμματισμών (και χωρίς νόημα) που μπορούν να γίνουν από τα γράμματα των παρακάτω λέξεων:
 - (α) ΚΡΙΜΑ
 - (β) ΚΑΛΗΜΕΡΑ
 - (γ) ΠΑΠΑΚΙ
 - (δ) ΑΓΓΑΡΕΙΑ
- (ii) Η ομάδα σας παίζει στην έδρα της 9 διαδοχικά παιχνίδια με αντίπαλες ομάδες. Λόγω "νέας εποχής-εξυγείανσης" στο ελληνικό ποδόσφαιρο, έχει προαποφασιστεί να έχει 4 νίκες, 3 ισοπαλίες και 2 ήττες. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό;

Άσκηση 3. 100 φοιτητές, συμπεριλαμβανομένων του Κώστα και της Ελένης, πρόκειται να χωριστούν σε 4 τάξεις ίδιου μεγέθους, και αυτό θα γίνει με τυχαίο τρόπο. Να υπολογιστεί η πιθανότητα ο Κώστας και η Ελένη να καταλήξουν στην ίδια τάξη.

Άσκηση 4. Η Αλίκη και ο Βασίλης παίζουν το ακόλουθο παιχνίδι: Πρώτα η Αλίκη επιλέγει τυχαία 4 από τα 52 φύλλα μίας τράπουλας, τα απομνημονεύει, και τα επανατοποθετεί πίσω στην τράπουλα. Έστερα, ο Βασίλης επιλέγει τυχαία 8 φύλλα από την ίδια τράπουλα. Η Αλίκη κερδίζει αν στα φύλλα που επέλεξε ο Βασίλης βρίσκονται τα 4 δικά της. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να κερδίσει η Αλίκη.

Άσκηση 5. Ρίχνουμε δύο δίκαια τριέδρα ζάρια. Ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή X ως την διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο ρίψεων.

- (i) Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητας της τ.μ. X , $p_X(x)$, και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- (ii) Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητας της τ.μ. $Y = X^2$, και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Άσκηση 6. Μία επιτροπή της βουλής αποτελούμενη από 15 άτομα, δημιουργεί μία υποεπιτροπή με τον ακόλουθο τρόπο: Επιλέγεται ένας συνδυασμός 5 ατόμων, ανάμεσα στα 15, χωρίς κάποια προτίμηση στον συνδυασμό, και από τα επιλεγμένα άτομα ο αρχαιότερος ορίζεται πρόεδρος της υποεπιτροπής και ο δεύτερος αρχαιότερος ορίζεται γραμματέας της υποεπιτροπής. Έστω $1, 2, \dots, 15$ τα άτομα της επιτροπής, σύμφωνα με την αρχαιότητά τους (ο νεότερος είναι ο 1 και ο αρχαιότερος είναι ο 15).

- (i) Έστω X τ.μ. που δηλώνει το άτομο που θα είναι πρόεδρος της υποεπιτροπής. Να βρεθεί το πεδίο τιμών της τ.μ. X και να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητάς της, $p_X(x)$.
- (ii) Έστω Y τ.μ. που δηλώνει το άτομο που θα είναι γραμματέας της υποεπιτροπής. Να βρεθεί το πεδίο τιμών της τ.μ. Y και να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητάς της, $p_Y(y)$.

Άσκηση 7. Παίζετε το εξής παιχνίδι: Ρίχνετε ένα δίκαιο εξάεδρο ζάρι. Αν έρθει 1, κερδίζετε 8 ευρώ. Αν έρθει 2 ή 3, κερδίζετε 5 ευρώ. Αν έρθει 4, 5 ή 6 χάνετε z ευρώ. Ορίζουμε την τ.μ. X ως το ποσό που κερδίζετε (αρνητικές τιμές για την X υποδηλώνουν το ποσό που χάνετε).

- (i) Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητας της τ.μ. X , $p_X(x)$.
- (ii) Να υπολογιστεί η τιμή του z για την οποία το μέσο κέρδος είναι ίσο με -1 (δηλαδή, εκείνο το z για το οποίο ισχύει: $\mu_X = -1$).