

**HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2018**  
**Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης**

**Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων**

Ημερομηνία Ανάθεσης: 12/10/2018

Ημερομηνία Παράδοσης: 23/10/2018

**Άσκηση 1.** Στο κέντρο του Ηρακλείου υπάρχουν τρία *petshop* που πουλάνε καρδερίνες, το Α, το Β και το Γ. Στο *petshop* Α το 30% των καρδερινών είναι αρσενικές, στο Β οι αρσενικές καρδερίνες φτάνουν το 40% , ενώ στο Γ το σύνολό των αρσενικών είναι 20%. Γνωρίζουμε ακόμα ότι από όλες συνολικά τις καρδερίνες που είναι προς πώληση στα τρία αυτά καταστήματα το 20% ανήκει στο κατάστημα Β, ενώ στο κατάστημα Α ανήκει το 50%. Διαλέγουμε στην τύχη μια καρδερίνα και την αγοράζουμε.

(α) Ποια είναι η πιθανότητα να μην είναι θηλυκή;

(β) Έστω ότι η καρδερίνα που διαλέξαμε όντως δεν ήταν θηλυκή. Ποια είναι η πιθανότητα ότι αγοράσαμε την καρδερίνα από το κατάστημα Β;

**Άσκηση 2.** Ένα μεγάλο κουτί έχει μέσα πολλά φακελάκια, που το καθένα περιέχει 30 σπόρους για τριανταφυλλίες. Τα  $\frac{3}{4}$  από τα φακελάκια περιέχουν σπόρους για 20 τριανταφυλλίες που κάνουν λευκά τριαντάφυλλα και 10 τριανταφυλλίες που κάνουν κόκκινα τριαντάφυλλα. Το υπόλοιπο  $\frac{1}{4}$  περιέχει σπόρους για 25 τριανταφυλλίες που κάνουν λευκά τριαντάφυλλα και 5 τριανταφυλλίες που κάνουν κόκκινα τριαντάφυλλα. Έστω ότι διαλέγουμε τυχαία ένα φακελάκι και από αυτό φυτεύουμε έναν σπόρο.

(α) Ποια είναι η πιθανότητα η τριανταφυλλιά που θα βγει να έχει λευκά τριαντάφυλλα;

(β) Ποια είναι η πιθανότητα η τριανταφυλλιά που θα βγει να έχει κόκκινα τριαντάφυλλα;

(γ) Δεδομένου ότι η τριανταφυλλιά έχει τελικά κόκκινα τριαντάφυλλα, ποια είναι η πιθανότητα να επιλέξαμε κάποιο από τα φακελάκια που περιείχαν 25 τριανταφυλλίες με λευκά και 5 τριανταφυλλίες με κόκκινα τριαντάφυλλα;

**Άσκηση 3.** Ένα ελικόπτερο πρέπει να μεταφέρει έναν πολιτικό από την χώρα Α στην χώρα Β, για μια πολύ σημαντική σύσκεψη. Παρ' όλα αυτά, έχει πάρα πολύ δυνατό αέρα και ο πιλότος είναι ανήσυχος. Ρίχνει λοιπόν ένα κέρμα για να αποφασίσει εάν απογειωθεί το ελικόπτερο ή όχι. Αν έρθουν γράμματα, η πτήση αναβάλλεται, ενώ αν έρθει κεφαλή, ρίχνει άλλες δύο φορές το κέρμα ώστε να αποφασίσει. Αν έρθει κεφαλή στις επόμενες δύο ρίψεις, το ελικόπτερο θα απογειωθεί, διαφορετικά η πτήση αναβάλλεται.

(α) Έστω ότι η πτήση ακυρώθηκε. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να ήρθαν γράμματα στην πρώτη ρίψη. (*Hint* : Σκεφτείτε και την πιθανότητα να ακυρωθεί η πτήση).

(β) Έστω ότι η πτήση ακυρώθηκε. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να ήρθε κεφαλή στην πρώτη ρίψη.

**Άσκηση 4.** Το πρόβλημα αυτό εξετάζει την κατανόησή σας για την έννοια της ανεξαρτησίας. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το μέρος (α) για να απαντήσετε το (γ).

(α) Αποδείξτε την ακόλουθη πρόταση: Αν τα γεγονότα Α και Β είναι ανεξάρτητα και  $B \subset A$ , τότε  $P(B)=0$  ή  $P(A)=1$ .

(β) Ρίχνετε ένα δίκαιο κέρμα  $n$  φορές. Έστω  $n=3$ . Ορίζουμε τα γεγονότα  $A=\{\text{έρχονται τουλάχιστον 2 γράμματα}\}$  και  $B=\{\text{έρχονται μία ή δύο 2 κεφαλές}\}$ . Είναι τα Α και Β ανεξάρτητα;

(γ) Επαναλάβετε το (β) για  $n=4$ .

**Άσκηση 5.** Έστω  $C_1, C_2, \dots, C_n$  μία διαμέριση ενός δειγματοχώρου  $\Omega$  και  $A, B$  δύο γεγονότα για τα οποία ισχύουν τα εξής:

(α) Τα  $A, B$  είναι ανεξάρτητα υπό συνθήκη δεδομένου του  $C_i$  για κάθε  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

(β) Το  $B$  είναι ανεξάρτητο από όλα τα  $C_i$ .

Να αποδειχθεί ότι τα  $A$  και  $B$  είναι ανεξάρτητα.

**Άσκηση 6.** Η Σάσα μόλις πήρε το πτυχίο της στην επιστήμη υπολογιστών και είναι έτοιμη να βγει στην αγορά εργασίας. Έχει βρει τρεις εταιρίες οι οποίες αναζητούν προσωπικό, την  $A$ , την  $B$  και την  $\Gamma$ . Επιλέγει μια από αυτές στην τύχη και στέλνει βιογραφικό, αλλά απορρίπτεται. Εάν γνωρίζουμε ότι η πιθανότητες να ανταποκριθούν οι εταιρίες θετικά είναι 90% για την  $A$ , 50% για την  $B$  και 5% για την  $\Gamma$ , ποια η πιθανότητα η Σάσα να επέλεξε την εταιρία  $A$  για να στείλει το βιογραφικό της .