

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2018
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 2/10/2018

Ημερομηνία Παράδοσης: 12/10/2018

Άσκηση 1. Μας δίνονται τρία κέρματα. Το πρώτο είναι ένα δίκαιο κέρμα και είναι βαμμένο μπλε στην κεφαλή (Κ) και άσπρο στα γράμματα (Γ). Τα άλλα δύο κέρματα δεν είναι δίκαια και έχουν πιθανότητα να έρθει κεφαλή ίση με p . Είναι βαμμένα κόκκινο στην κεφαλή και μπλε στα γράμματα. Διαλέγουμε τυχαία δύο από τα τρία κέρματα και τα ρίχνουμε.

(α) Περιγράψτε το δειγματοχώρο αυτού του πειράματος τύχης με χρήση δενδρικού διαγράμματος.
(β) Υπολογίστηκε εμπειρικά ότι η πιθανότητα να είναι και οι δύο πλευρές που έρχονται μετά την ρίψη των δύο κερμάτων βαμμένες με το ίδιο χρώμα είναι $29/96$. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές για το p ;

Άσκηση 2. Ένα μικροβιολογικό εργαστήριο θέλει να κάνει μια μελέτη σε δύο μικροοργανισμούς που προκαλούν μια ασθένια, τον Α και τον Β. Βλέποντας τα δείγματα των ασθενών, παρατηρούμε ότι το 60 % από αυτούς δεν έχουν μολυνθεί ούτε από τον Α αλλά ούτε και από τον Β, το 20% έχει μολυνθεί από τον Α και το 30% από τον Β. Έστω ότι ο γιατρός επιλέγει τυχαία τον φάκελο ενός ασθενή.

(α) Ποιά η πιθανότητα ο ασθενής να έχει μολυνθεί από τον μικροοργανισμό Α ή από τον μικροοργανισμό Β;
(β) Ποιά η πιθανότητα ο ασθενής να έχει μολυνθεί από τον μικροοργανισμό Α και από τον μικροοργανισμό Β;

Άσκηση 3. Θεωρούμε ένα εξάεδρο ζάρι για το οποίο ισχύουν: Οι έδρες του με περιττό αριθμό έχουν διπλάσια πιθανότητα εμφάνισης από τις έδρες με άρτιο αριθμό. Όλες οι έδρες με περιττό αριθμό είναι ισοπίθανες μεταξύ τους, το ίδιο ισχύει και για τις έδρες με άρτιο αριθμό. Να οριστεί το πιθανοτικό μοντέλο για το πείραμα της απλής ρίψης αυτού του ζαριού και βρείτε την πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερο του 4.

Άσκηση 4. Τρεις φίλοι, ο Μάνος, ο Νίκος κι ο Γιάννης, προσπαθούν με αυτή τη σειρά να βάλουν μια μπάλα του μπάσκετ στο καλάθι της μπασκέτας. Ο πρώτος που θα βάλει καλάθι κερδίζει, και το παιχνίδι τελειώνει. Δώστε μία περιγραφή του δειγματικού χώρου Ω , και με βάση αυτήν ορίστε τα ακόλουθα γεγονότα:

(α) $M = \{\text{ο Μάνος βάζει καλάθι}\}$
(β) $N = \{\text{ο Νίκος βάζει καλάθι}\}$
(γ) $(M \cup N)^c$

Άσκηση 5. Τρεις κάρτες που έχουν πάνω τους σημειωμένους τους αριθμούς 1, 2 και 3, αντίστοιχα, τοποθετούνται μέσα σε ένα καπέλο. Τραβάτε στην τύχη μία κάρτα από το καπέλο, σημειώνετε τον αριθμό της, την επανατοποθετείτε μέσα στο καπέλο και στη συνέχεια τραβάτε τυχαία μία κάρτα για δεύτερη φορά. Γράφετε τους αριθμούς που έχουν οι δύο κάρτες.

(α) Περιγράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

(β) Περιγράψτε το γεγονός, E , να επιλεγούν δύο κάρτες με αριθμούς των οποίων το άθροισμα είναι ίσο με 4.

(γ) Υπολογίστε την πιθανότητα του γεγονότος E .

Άσκηση 6. Ένα αρωματοπωλείο γιορτάζει τα δέκα χρόνια λειτουργίας του προσφέροντας δύο από τα πιο ακριβά αρώματα του στη μισή τιμή, το άρωμα A και το άρωμα B . Στην προσφορά αυτή ανταποκρίθηκαν 400 πελάτες. Γνωρίζουμε ότι ο κάθε πελάτης αγόρασε τουλάχιστον ένα από τα δύο αρώματα. Έστω λοιπόν ότι 240 από τους πελάτες αγόρασαν το άρωμα A και 340 το άρωμα B . Θεωρούμε τα ενδεχόμενα, $X = \{\text{ο πελάτης αγόρασε το άρωμα } A\}$ και $T = \{\text{ο πελάτης αγόρασε το άρωμα } B\}$:

(α) Διαλέγοντας έναν πελάτη στην τύχη, να βρεθεί η πιθανότητα εκείνος να αγόρασε μόνο το άρωμα B .

(β) Διαλέγοντας έναν πελάτη στην τύχη, να βρεθεί η πιθανότητα εκείνος να αγόρασε μόνο ένα από τα 2 αρώματα.