

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2017
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 25/10/2017

Ημερομηνία Παράδοσης: 02/11/2017

Θέματα: Στοιχεία Συνδυαστικής Ανάλυσης και Διακριτές Τυχαίες Μεταβλητές(I).

Άσκηση 1. Πόσες δυνατές εκδοχές υπάρχουν στο καθένα από τα παρακάτω πειράματα ;

- (α) Εγκαθιστούμε ένα πρόγραμμα διαδοχικά σε 10 υπολογιστές.
- (β) Επιλέγουμε με τη σειρά 3 από 12 αντικείμενα, χωρίς επανατοποθέτηση.
- (γ) Στριβουμε ένα κέρμα 6 φορές.
- (δ) Επιλέγουμε 20 άτομα από 100 για μία δημοσκόπηση.
- (ε) Ρίχνουμε ένα ζάρι 7 φορές.
- (στ) Βάζουμε 13 ανθρώπους να κάτσουν σε μία σειρά.
- (ζ) Μοιράζουμε με τη σειρά 8 φύλλα από μία συνηθισμένη τράπουλα 52 φύλλων.
- (η) Ρίχνουμε ένα κέρμα 4 φορές και ένα ζάρι 2 φορές.

Άσκηση 2. (α) Ένα εξάπλευρο ζάρι ρίχνεται τρεις φορές ανεξάρτητα. Ποιο είναι το πιο πιθανό: ένα άθροισμα ίσο με 11 ή ένα άθροισμα ίσο με 12;

(β) Η ομάδα σας παίζει στην έδρα της 9 διαδοχικά παιχνίδια με αντίπαλες ομάδες. Λόγω "νέας εποχής-εξυγίανσης" στο ελληνικό ποδόσφαιρο, έχει προαποφασιστεί να έχει 4 νίκες, 3 ισοπαλίες και 2 ήττες. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό;

Άσκηση 3. Οι φοιτητές του Τμήματος Επιστήμης Υπολογιστών αγαπούν το μάθημα των Πιθανοτήτων (HY217), και επιθυμούν να αυξηθεί η διδακτέα ύλη του. Ωστόσο, κάποιοι καθηγητές του τμήματος αντιδρούν, υποστηρίζοντας ότι σε ένα τέτοιο ενδεχόμενο, οι φοιτητές θα αφιερώνουν περισσότερο χρόνο στο HY217, αμελώντας ταυτόχρονα τα υπόλοιπα μαθήματά τους. Ως εκ τούτου, φοιτητές και καθηγητές συμφωνούν να συσταθεί επιτροπή που θα εξετάσει το αίτημα των φοιτητών. Για το σκοπό αυτό θα λάβουν χώρα εκλογές όπου θα είναι υποψήφιοι 3 φοιτητές και 7 καθηγητές του τμήματος. Εκλέγονται τυχαία 3 άτομα για την επιτροπή.

(α) Ποια είναι η πιθανότητα να εκλεγούν στην επιτροπή τουλάχιστον ένας φοιτητής και τουλάχιστον ένας καθηγητής;

(β) Ας υποθέσουμε τώρα πως, ανάλογα με τη σειρά εκλογής, αυτοί που εκλέγονται παίρνουν διαφορετικούς ρόλους στην επιτροπή (ο πρώτος γίνεται πρόεδρος, ο δεύτερος αντιπρόεδρος και ο τρίτος γραμματέας). Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου A να εκλεγεί φοιτητής πρόεδρος και καθηγητής αντιπρόεδρος και γραμματέας;

Άσκηση 4. Να υπολογιστεί το πλήθος των αναγραμματισμών που υπάρχουν για τις εξής λέξεις:

(α) ΣΟΥΒΛΑΚΙ

(β) ΚΑΛΑΜΑΚΙ

(γ) ΜΠΑΛΛΑΛΙΚΑ

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Άσκηση 5. Ρίχνουμε δύο δίκαια τρίεδρα ζάρια. Ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή X ως την διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο ρίψεων.

(α) Υπολογίστε τη Συνάρτηση Πιθανότητας της τ.μ. X , $p_X(x)$, και δώστε τη γραφική της παράσταση.

(β) Υπολογίστε τη Συνάρτηση Πιθανότητας της τ.μ. $Y = X^2$ και δώστε τη γραφική της παράσταση.

Άσκηση 6. Μαζί με εννιά φίλους σας σκοπεύετε να πάτε σε μία συναυλία. Οι τέσσερις από τους φίλους σας είναι και συμφοιτητές σας στο HY-217, ενώ οι υπόλοιποι πέντε δεν είναι. Δυστυχώς το αυτοκίνητό σας χωράει μόνο πέντε επιβάτες, οπότε τυχαία επιλέγετε για να πάρετε μαζί σας τέσσερις από τους εννιά φίλους. Οι υπόλοιποι θα χάσουν τη συναυλία...

Με το που φτάνετε στη συναυλία, συμβαίνει όσοι παίρνουν το HY-217 να μπαίνουν δωρεάν, ενώ οι υπόλοιποι πληρώνουν από 10 ευρώ ο καθένας. Ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή X ως το συνολικό ποσό που όλη η παρέα πληρώνει για να παρακολουθήσει τη συναυλία.

(α) Ποιο είναι το πεδίο τιμών της τ.μ. X ;

(β) Υπολογίστε τη Συνάρτηση Πιθανότητας της τ.μ. X , $p_X(x)$.

Άσκηση 7. Ο Γιάννης και ο Βασίλης παίζουν έναν αγώνα σκακιού στον οποίο ο πρώτος παίκτης που κερδίζει ένα παιχνίδι κερδίζει τον αγώνα. Μετά από 10 διαδοχικές ισοπαλίες, το αποτέλεσμα του αγώνα είναι ισοπαλία. Ο Γιάννης κερδίζει ένα παιχνίδι με πιθανότητα 0.4, ο Βασίλης με πιθανότητα 0.3, και έρχονται ισοπαλία με πιθανότητα 0.3, ανεξάρτητα από τα προηγούμενα παιχνίδια.

(α) Ποια είναι η πιθανότητα ότι ο Γιάννης κερδίζει τον αγώνα;

(β) Υπολογίστε τη συνάρτηση μάζας πιθανότητας της διάρκειας του αγώνα.

Άσκηση 8. Μία επιτροπή της βουλής αποτελούμενη από 15 άτομα, δημιουργεί μία υποεπιτροπή με τον ακόλουθο τρόπο: Επιλέγεται ένας συνδυασμός 5 ατόμων, ανάμεσα στα 15, χωρίς κάποια προτίμηση στον συνδυασμό, και από τα επιλεγμένα άτομα ο αρχαιότερος ορίζεται πρόεδρος της υποεπιτροπής και ο δεύτερος αρχαιότερος ορίζεται γραμματέας της υποεπιτροπής. Έστω 1, 2, ..., 15 τα άτομα της επιτροπής, σύμφωνα με την αρχαιότητά τους (ο νεότερος είναι ο 1 και ο αρχαιότερος είναι ο 15).

(α) Έστω X τ.μ. που δηλώνει το άτομο που θα είναι πρόεδρος της υποεπιτροπής. Να βρεθεί το

πεδίο τιμών της τ.μ. X και να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητάς της, $p_X(x)$.

(β) Έστω Y τ.μ. που δηλώνει το άτομο που θα είναι γραμματέας της υποεπιτροπής. Να βρεθεί το πεδίο τιμών της τ.μ. Y και να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητάς της, $p_Y(y)$.