

Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες-Χειμερινό Εξάμηνο 2015

Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 12/10/2015

Ημερομηνία Παράδοσης: 21/10/2015

Άσκηση 1.

Περίπου το 14% των ανδρών και το 2% των γυναικών πάσχουν από αχρωματοψία. Ποια είναι η πιθανότητα ένα άτομο που διαλέγεται στην τυχρή από μια αίθουσα να πάσχει από αχρωματοψία, αν στην αίθουσα υπάρχουν:

- (α) 40 άντρες και 70 γυναίκες
- (β) ίσο πλήθος αντρών και γυναικών
- (γ) διπλάσιες γυναίκες από τους άντρες.

Άσκηση 2.

Ένα στα 1000 άτομα ενός πληθυσμού πάσχει από κάποια σοβαρή ασθένεια. Η εξέταση που πραγματοποιείται για τη διάγνωση της ασθένειας δίνει λάθος διάγνωση στο 1% των περιπτώσεων, αν το άτομο που υποβάλλεται στην εξέταση πάσχει όντως από την ασθένεια, και στο 2% αν το άτομο το οποίο υποβάλλεται στην εξέταση δεν πάσχει από την ασθένεια.

- (α) Να βρεθεί η πιθανότητα θετικού αποτελέσματος εξέτασης σε κάποιο άτομο του πληθυσμού.
- (β) Αν για κάποιο άτομο του πληθυσμού η εξέταση ήταν θετική, ποια είναι η πιθανότητα να πάσχει πράγματι από την ασθένεια;

Άσκηση 3.

Έστω ότι ένας εργαζόμενος παίρνει λεωφορείο ή ταξί για να μεταβεί στη δουλειά του. Όταν παίρνει ταξί πηγαίνει καθυστερημένος στο 10% των περιπτώσεων, ενώ όταν παίρνει λεωφορείο στο 30% των περιπτώσεων. Επίσης, προτιμά να παίρνει ταξί στο 20% και λεωφορείο στο 80% των περιπτώσεων.

- (α) Ποια η πιθανότητα να πήγε μία μέρα καθυστερημένος στη δουλειά του;
- (β) Αν μια μέρα πήγε καθυστερημένος στη δουλειά του, ποια η πιθανότητα να πήρε λεωφορείο;

Άσκηση 4.

Σε ένα πρατήριο υγρών καυσίμων τα ποσοστά των οδηγών που χρησιμοποιούν αμόλυβδη, ενισχυμένη και υψηλής ποιότητας αμόλυβδη βενζίνη είναι: 40%, 35% και 25%, αντίστοιχα. Τα αντίστοιχα ποσοστά με τα οποία οι οδηγοί επιλέγουν να γεμίζουν πλήρως τις δεξαμενές τους είναι 30%, 50% και 60%. Ποια είναι η πιθανότητα ένας οδηγός αυτοκινήτου που θα επιλεγεί τυχαία από τους ιδιοκτήτες του πρατηρίου να γεμίσει πλήρως τη δεξαμενή καυσίμου τους;

Άσκηση 5.

Ένα κουτί περιέχει 3 κάρτες: μία μπλε και από τις δύο πλευρές, μία κίτρινη και από τις 2 πλευρές, και μια που είναι από τη μία πλευρά μπλε και από την άλλη πλευρά κίτρινη. Επιλέγουμε τυχαία μια κάρτα και βλέπουμε ότι η μία της πλευρά είναι κίτρινη. Ποια είναι η πιθανότητα να είναι και η άλλη πλευρά κίτρινη;

Άσκηση 6.

Έστω ότι έχουμε δύο ανεξάρτητα εξαέδρα ζάρια. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

$A = \{\text{Το πρώτο ζάρι φέρνει: } 1, 2, \text{ ή } 3\}$

$B = \{\text{Το δεύτερο ζάρι φέρνει: } 2, 3, \text{ ή } 6\}$

$\Gamma = \{\text{Το άθροισμα των δύο ρίψεων είναι } 9\}$

(α) Να δείξετε ότι $P(A \cap B \cap \Gamma) = P(A)P(B)P(\Gamma)$

(β) Να εξετάσετε αν τα A, B και Γ είναι ανεξάρτητα.

Άσκηση 7.

Ανεξαρτησία γεγονότων:

(α) Να αποδείξετε ότι: αν τα γεγονότα A, B είναι ανεξάρτητα, τότε είναι ανεξάρτητα και τα συμπληρωματικά τους ενδεχόμενα, A^C και B^C .

(β) Αν τα γεγονότα A, B, Γ είναι ανεξάρτητα, να εξεταστεί αν είναι επίσης ανεξάρτητα τα γεγονότα:

(i) $A \cup B, \Gamma$

(ii) $A, B \cap \Gamma$

Άσκηση 8.

Το χρώμα των ματιών του ανθρώπου καθορίζεται από ένα ζευγάρι γονιδίων. Αν και τα δύο γονίδια είναι γονίδια γαλανού ματιού, το άτομο έχει γαλανά μάτια. Αν και τα δύο γονίδια είναι γονίδια καστανού ματιού, το άτομο έχει καστανά μάτια. Αν ένα από τα δύο γονίδια είναι γαλανού ματιού και το άλλο είναι καστανού ματιού, το άτομο έχει καστανά μάτια. Για αυτό το λόγο λέμε ότι το γονίδιο του καστανού ματιού είναι επικρατέστερο από το γονίδιο του γαλανού ματιού. Ένα παιδί λαμβάνει ένα γονίδιο χρώματος ματιού από κάθε γονέα ανεξάρτητα. Το γονίδιο που λαμβάνει από κάθε γονέα προέρχεται με πιθανότητα $1/2$ από τα δύο γονίδια χρώματος ματιού του γονέα. Υποθέστε ότι ο Χρήστος και οι δύο γονείς του έχουν καστανά μάτια, αλλά η αδερφή του Χρήστου έχει γαλανά.

(α) Ποια η πιθανότητα ότι ο Χρήστος έχει ένα γονίδιο γαλανού ματιού;

Υποθέστε ότι η σύζυγος του Χρήστου έχει γαλανά μάτια.

(β) Ποια η πιθανότητα ότι το πρώτο τους παιδί θα έχει γαλανά μάτια;

(γ) Εάν το πρώτο τους παιδί έχει καστανά μάτια, ποια η πιθανότητα ότι το επόμενο παιδί τους θα έχει επίσης καστανά μάτια;