

Πανεπιστήμιο Κρήτης - Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες-Χειμερινό Εξάμηνο 2015

Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 28/09/2015

Ημερομηνία Παράδοσης: 09/10/2015

Άσκηση 1.

Ρίχνουμε 2 ζάρια. Έστω A το γεγονός ότι το άθροισμα των ζαριών είναι άρτιο, B το γεγονός ότι σε μια ρίψη έχουμε φέρει τουλάχιστον έναν άσσο, και C το γεγονός ότι το άθροισμα των ζαριών να είναι 4. Να υπολογισθούν τα ενδεχόμενα:

- (α) AB
- (β) $A \cup B$
- (γ) AB^c
- (δ) ABC

Άσκηση 2.

Μια δισκογραφική εταιρία ελέγχει τα CD που παράγει. Ο έλεγχος σταματά όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά CD, ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 CD.

(α) Περιγράψτε το δειγματοχώρο αυτού του πειράματος τύχης με χρήση δενδρικού διαγράμματος.

(β) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα:

- (i) E : να βρεθεί το πολύ 1 ελαττωματικό CD
- (ii) F : να βρεθούν ακριβώς 2 ελαττωματικά CD
- (iii) G : να ελεγχθούν συνολικά 4 CD
- (γ) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα: $F \cap G$ και $G - E$

Άσκηση 3.

Σε ένα κουτί υπάρχουν x άσπρες σφαίρες και $(x + 2)^2$ μαύρες σφαίρες, με $x \neq 0$.

(α) Επιλέγουμε τυχαία μια σφαίρα από το κουτί. Να εκφράσετε ως συνάρτηση του x τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: επιλέγουμε μια άσπρη σφαίρα

M: επιλέγουμε μια μαύρη σφαίρα

(β) Αν η πιθανότητα να επιλέξουμε μαύρη σφαίρα είναι κατά $4/5$ μεγαλύτερη από την πιθανότητα να επιλέξουμε άσπρη σφαίρα και στο κουτί υπάρχουν περισσότερες από 15 σφαίρες, να βρείτε το x , καθώς και την πιθανότητα να επιλεγεί μια μαύρη σφαίρα.

(γ) Να βρείτε για ποια τιμή του x η πιθανότητα να επιλέξουμε άσπρη σφαίρα γίνεται μέγιστη.

(δ) Για την τιμή του x που βρήκατε στο ερώτημα (γ) εκτελούμε το εξής πείραμα: Παίρνουμε διαδοχικά 3 σφαίρες από το κουτί (χωρίς επανατοποθέτηση) και σημειώνουμε κάθε φορά το χρώμα της. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

Άσκηση 4.

Σε μια τάξη με 400 φοιτητές διδάσκονται ως μαθήματα επιλογής η Φυσική και η Χημεία. Κάθε φοιτητής είναι υποχρεωμένος να παρακολουθεί τουλάχιστον ένα εκ των δύο μαθημάτων. Από το παραπάνω σύνολο φοιτητών οι 340 παρακολουθούν τη Φυσική, ενώ οι 240 τη Χημεία. Επιλέγουμε τυχαία ένα φοιτητή. Έστω A το ενδεχόμενο να παρακολουθεί τη Φυσική, και G το ενδεχόμενο να παρακολουθεί τη Χημεία.

(α) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και G είναι ασυμβίβαστα.

(β) Να αποδείξετε ότι $P(G - A) \leq 3/5$

(γ) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να παρακολουθεί μόνο το μάθημα της Φυσικής.

(δ) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να παρακολουθεί μόνο ένα εκ των δύο μαθημάτων.

Άσκηση 5.

Έστω ο αριθμήσιμος άπειρος δειγματοχώρος $\Omega = \{1, 2, 3, \dots\}$, με αντίστοιχες πιθανότητες των απλών ενδεχομένων: $P(n) = 2^{-n}$, $n = 1, 2, \dots$

(α) Να αποδείξετε ότι αυτός ο νόμος πιθανοτήτων ικανοποιεί το δεύτερο αξίωμα: $P(\Omega) = 1$

(β) Να υπολογισθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

(i) $A = \{2, 3, 4\}$

(ii) $B = \{1, 3, 5, \dots\}$

(ii) $\Gamma = \{2, 4, 6, \dots\}$

Άσκηση 6.

Έστω A και B τα ενδεχόμενα ένας εργαζόμενος στις 7 : 30 π.μ να βρίσκεται στη στάση για να μεταβεί στη δουλειά του και περιμένει να περάσει λεωφορείο ή ταξί, αντίστοιχα. Αν $P(A) = 0.45$, $P(B) = 0.30$, οι πιθανότητες των παραπάνω ενδεχομένων, να υπολογισθεί η πιθανότητα στις 7 : 30 π.μ να μην περάσει ούτε ταξί, ούτε λεωφορείο από τη στάση.

Άσκηση 7.

Θεωρούμε ένα εξάεδρο ζάρι για το οποίο ισχύουν: Οι έδρες του με περιττό αριθμό έχουν διπλάσια πιθανότητα εμφάνισης από τις έδρες με άρτιο αριθμό. Όλες οι έδρες με περιττό αριθμό είναι ισοπίθανες μεταξύ τους, το ίδιο ισχύει και για τις έδρες με άρτιο αριθμό. Να οριστεί το πιθανοτικό μοντέλο για το πείραμα της απλής ρίψης αυτού του ζαριού και βρείτε την πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερο του 4.