

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2014
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 25/09/2014

Ημερομηνία Παράδοσης: 06/10/2014

Άσκηση 1. Τρεις κάρτες που έχουν πάνω τους σημειωμένους τους αριθμούς 1, 2 και 3, αντίστοιχα, τοποθετούνται μέσα σε ένα καπέλο. Τραβάτε στην τύχη μία κάρτα από το καπέλο, σημειώνετε τον αριθμό της, την επανατοποθετείτε μέσα στο καπέλο και στη συνέχεια τραβάτε τυχαία μία κάρτα για δεύτερη φορά. Γράφετε τους αριθμούς που έχουν οι δύο κάρτες.

(α) Περιγράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

(β) Περιγράψτε το γεγονός, E , να επιλεγούν δύο κάρτες με αριθμούς των οποίων το άθροισμα είναι ίσο με 4.

(γ) Υπολογίστε την πιθανότητα του γεγονότος E .

Άσκηση 2. Τέσσερις ομάδες μετέχουν σε ένα τουρνουά: ο Ηρακλής, ο Άρης, ο Απόλλων, και ο Ατρόμητος. Ο Ηρακλής έχει διπλάσια πιθανότητα να κερδίσει το τουρνουά απ' ότι ο Απόλλων και ο Άρης έχει τέσσερις φορές μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσει το τουρνουά απ' ότι ο Ατρόμητος. Αν ο Ηρακλής έχει πέντε φορές μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσει το τουρνουά απ' ότι ο Ατρόμητος, ποια είναι η πιθανότητα του γεγονότος ότι ο Ηρακλής ή ο Απόλλων κερδίζουν το τουρνουά;

Άσκηση 3. Ρίχνουμε δύο φορές ένα δίκαιο εξάεδρο ζάρι.

(α) Ονομάζουμε A το γεγονός ότι η πρώτη ρίψη φέρνει αριθμό μικρότερο από 3. Περιγράψτε το γεγονός A και υπολογίστε την πιθανότητά του, $P(A)$.

(β) Ονομάζουμε B το γεγονός ότι το άθροισμα των δύο ρίψεων είναι ίσο με 4. Περιγράψτε το γεγονός B και υπολογίστε την πιθανότητά του, $P(B)$.

Άσκηση 4. Μία τάξη έχει 40 φοιτητές. Από αυτούς,

- 12 δεν είναι στο Facebook
- 15 είναι στο Facebook και στο Twitter
- τα 5/9 αυτών που δεν είναι στο Twitter έχουν iPhone
- 8 είναι στο Facebook και στο Twitter και έχουν iPhone
- 7 δεν είναι στο Twitter και δεν έχουν iPhone, αλλά είναι στο Facebook
- τα 2/3 αυτών που δεν είναι στο Facebook και δεν έχουν iPhone, είναι στο Twitter

(α) Ποια η πιθανότητα ότι ένας τυχαία επιλεγμένος φοιτητής δεν είναι στο Facebook ούτε στο Twitter και δεν έχει iPhone;

(β) Ποια η πιθανότητα ότι ένας τυχαία επιλεγμένος φοιτητής δεν είναι στο Facebook, αλλά είναι στο Twitter και έχει iPhone;

Άσκηση 5. Ο εκφωνητής του δελτίου καιρού δίνει τις ακόλουθες πιθανότητες για τον καιρό τις επόμενες δύο μέρες:

- (α) βροχή σήμερα: 0.3
- (β) βροχή αύριο: 0.5
- (γ) βροχή και σήμερα και αύριο: 0.2
- (δ) βροχή σήμερα ή αύριο: 0.7

Είναι αυτό το δελτίο καιρού συμβατό με τα Αξιώματα των Πιθανοτήτων;

Άσκηση 6. Ένα εξαέδρο ζάρι κατασκευάζεται με τέτοιο τρόπο ώστε οι έδρες του με άρτιο αριθμό έχουν τριπλάσια πιθανότητα να εμφανιστούν απ' ότι έχουν οι έδρες με περιττό αριθμό. Όλες οι έδρες με άρτιο αριθμό είναι ισοπίθανες μεταξύ τους και το ίδιο ισχύει και για τις έδρες με περιττό αριθμό. Ορίστε το πιθανοτικό μοντέλο για το πείραμα της απλής ρίψης αυτού του ζαριού και βρείτε την πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι μεγαλύτερο από 3.

Άσκηση 7. Μας δίνονται τρία κέρματα. Το πρώτο είναι ένα δίκαιο κέρμα και είναι βαμμένο μπλε στην κεφαλή (Κ) και άσπρο στα γράμματα (Γ). Τα άλλα δύο κέρματα δεν είναι δίκαια και έχουν πιθανότητα να έρθει κεφαλή ίση με p . Είναι βαμμένα κόκκινο στην κεφαλή και μπλε στα γράμματα. Διαλέγουμε τυχαία δύο από τα τρία κέρματα και τα ρίχνουμε.

- (α) Περιγράψτε το δειγματοχώρο αυτού του πειράματος τύχης με χρήση δενδρικού διαγράμματος.
- (β) Υπολογίστηκε εμπειρικά ότι η πιθανότητα να είναι και οι δύο πλευρές που έρχονται μετά την ρίψη των δύο κερμάτων βαμμένες με το ίδιο χρώμα είναι $29/96$. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές για το p ;