

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2012
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 24/10/2012

Ημερομηνία Παράδοσης: 5/11/2012

Θέματα: Στοιχεία Συνδυαστικής Ανάλυσης και Διακριτές Τυχαίες Μεταβλητές (I).

Άσκηση 1. Μια τράπουλα που αποτελείται από 52 χαρτιά μοιράζεται σε τέσσερις παίκτες.

(α) Βρείτε την πιθανότητα *ο πρώτος* παίκτης να πάρει 13 σπαθιά.

(β) Βρείτε την πιθανότητα *κάποιος* παίκτης να πάρει 13 σπαθιά.

(γ) Θεωρήστε τα παρακάτω γεγονότα:

i. Ο πρώτος παίκτης παίρνει και τα 13 σπαθιά.

ii. Ο πρώτος παίκτης παίρνει τον Ρήγα κούπα.

Είναι τα γεγονότα αυτά ανεξάρτητα; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(δ) Θεωρήστε τα παρακάτω γεγονότα:

i. Τα φύλλα του πρώτου παίκτη έχουν όλα το ίδιο σχήμα.

ii. Ο πρώτος παίκτης παίρνει τον Ρήγα κούπα.

Είναι τα γεγονότα αυτά ανεξάρτητα;

Άσκηση 2. Μόλις ολοκληρώσαμε n ανεξάρτητες ρίψεις ενός κέρματος το οποίο φέρνει κεφαλή με πιθανότητα p .

(α) Δεδομένου ότι φέρνουμε κεφαλή ακριβώς μία φορά, ποια είναι η πιθανότητα ότι η πρώτη ρίψη έφερε κεφαλή;

(β) Δεδομένου ότι φέρνουμε κεφαλή ακριβώς δύο φορές, ποια είναι η πιθανότητα ότι η πρώτη ρίψη έφερε κεφαλή;

(γ) Δεδομένου ότι φέρνουμε κεφαλή ακριβώς 7 φορές, ποια είναι η πιθανότητα ότι 3 από τις πρώτες 4 ρίψεις έφεραν κεφαλή;

Άσκηση 3. 25 μαύρες μπάλες τοποθετούνται σε πέντε σειρές, με κάθε σειρά να περιέχει 5 μπάλες. Επιλέγουμε τυχαία 5 από τις μπάλες και τις βάφουμε κόκκινες.

(α) Ποια είναι η πιθανότητα ότι όλες οι κόκκινες μπάλες βρίσκονται σε διαφορετικές σειρές;

(β) Ποια είναι η πιθανότητα ότι όλες οι κόκκινες μπάλες βρίσκονται σε διαφορετικές σειρές και διαφορετικές στήλες;

Άσκηση 4. Είκοσι διαφορετικά αυτοκίνητα παρκάρουν στον ίδιο χώρο παρκαρίσματος κάθε μέρα. Δέκα από αυτά κατασκευάζονται στη Γερμανία, ενώ τα υπόλοιπα κατασκευάζονται σε άλλες χώρες. Ο χώρος παρκαρίσματος έχει ακριβώς 20 θέσεις, όλες σε μία σειρά, έτσι ώστε τα αυτοκίνητα να παρκάρουν το ένα δίπλα στο άλλο. Ωστόσο οι οδηγοί έχουν διαφορετικά ωράρια, και επομένως η θέση παρκαρίσματος για το κάθε αυτοκίνητο είναι τυχαία.

- (α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν τα αυτοκίνητα να παρκάρουν;
- (β) Ποια είναι η πιθανότητα τα αυτοκίνητα να εναλλάσσονται (δύο αυτοκίνητα κατασκευασμένα στη Γερμανία δεν παρκάρονται το ένα δίπλα στο άλλο και δύο αυτοκίνητα κατασκευασμένα σε άλλες χώρες δεν παρκάρονται το ένα δίπλα στο άλλο);

Άσκηση 5. Εκατό φοιτητές, συμπεριλαμβανομένου του Κώστα και της Ελένης, πρόκειται να χωριστούν σε τέσσερις τάξεις ίδιου μεγέθους και αυτό θα γίνει με τυχαίο τρόπο. Ποια είναι η πιθανότητα ότι ο Κώστας και η Ελένη θα καταλήξουν στην ίδια τάξη;

Άσκηση 6. Τραβάμε 7 χαρτιά από μία καλά ανακατεμένη τράπουλα 52 χαρτιών. Βρείτε την πιθανότητα ότι:

- (α) Τα 7 χαρτιά περιέχουν ακριβώς 3 άσσους.
- (β) Τα 7 χαρτιά περιέχουν ακριβώς 2 βαλέδες.
- (γ) Τα 7 χαρτιά περιέχουν ακριβώς 3 άσσους ή 2 βαλέδες.

Άσκηση 7. Μαζί με εννιά φίλους σας σκοπεύετε να πάτε σε μία συναυλία. Οι τέσσερις από τους φίλους σας είναι και συμφοιτητές σας στο HY-217, ενώ οι υπόλοιποι πέντε δεν είναι. Δυστυχώς το αυτοκίνητό σας χωράει μόνο πέντε επιβάτες, οπότε τυχαία επιλέγετε για να πάρετε μαζί σας τέσσερις από τους εννιά φίλους. Οι υπόλοιποι θα χάσουν τη συναυλία...

Με το που φτάνετε στη συναυλία, συμβαίνει όσοι παίρνουν το HY-217 να μπαίνουν δωρεάν, ενώ οι υπόλοιποι πληρώνουν από 10 ευρώ ο καθένας. Ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή X ως το συνολικό ποσό που όλη η παρέα πληρώνει για να παρακολουθήσει τη συναυλία.

- (α) Ποιο είναι το πεδίο τιμών της τ.μ. X ;
- (β) Υπολογίστε τη συνάρτηση πιθανότητας, $p_X(x)$, της τ.μ. X .
- (γ) Υπολογίστε τη μέση τιμή, $E[X]$, της τ.μ. X .
- (δ) Αν αντί να μπαίνουν δωρεάν, οι φοιτητές του HY-217 πληρώνουν z ευρώ ο καθένας, ποιο είναι το νέο μέσο κόστος εισόδου στη συναυλία για την παρέα;