

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2011
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πέμπτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 12/12/2011

Ημερομηνία Παράδοσης: 21/12/2011

Θέματα: Συνεχείς τυχαίες μεταβλητές (II).

Άσκηση 1. Υποθέτουμε ότι ο αριθμός των ΗΥ (σε χιλιάδες κομμάτια) που πουλάει η Dell στη διάρκεια μιας μέρας είναι μία τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.)

$$f_X(x) = \begin{cases} cx & \text{αν } 0 \leq x < 3 \\ c(6-x) & \text{αν } 3 \leq x < 6 \\ 0 & \text{αλλού.} \end{cases}$$

(α) Βρείτε την τιμή της σταθεράς c .

(β) Βρείτε την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (α.σ.κ.), $F_X(x)$, της X .

(γ) Ποια η πιθανότητα ότι ο αριθμός των ΗΥ που πωλούνται σε μία μέρα (i) ξεπερνά τις 3000, (ii) είναι μεταξύ 1500 και 9000;

(δ) Αν A και B είναι τα γεγονότα (i) και (ii), αντίστοιχα, είναι τα A και B ανεξάρτητα;

Άσκηση 2. Η τ.μ. X ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 2$ και διασπορά $\sigma^2 = 100$: $X \sim N(2, 100)$.

(α) $P(|X| < 8) =$;

(Εκφράστε την απάντησή σας βάσει τιμών της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής της τυπικής Γκαουσιανής, $\Phi(u)$.)

(β) $E[(X - 4)^2] =$;

Άσκηση 3. Δύο συνεχείς τ.μ. X και Y έχουν την από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c, & y \geq 0, |x| + y \leq 1 \\ 0, & \text{αλλιώς.} \end{cases}$$

(α) Δώστε τη γραφική παράσταση της από κοινού σ.π.π. Υπολογίστε τη σταθερά c και τις περιθωριακές σ.π.π. $f_X(x)$ και $f_Y(y)$. Δώστε τη γραφική παράσταση των δύο σ.π.π. Είναι οι τ.μ. X και Y ανεξάρτητες;

(β) Υπολογίστε την πιθανότητα του γεγονότος $\{X \geq 2Y\}$.

(γ) Υπολογίστε την πιθανότητα του γεγονότος $\{X + Y \geq \frac{1}{2}\}$.

(δ) Υπολογίστε τις δεσμευμένες σ.π.π. $f_{X/Y}(x/y)$ και $f_{Y/X}(y/x)$.