

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2009
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 19/10/2009

Ημερομηνία Παράδοσης: 29/10/2009

Θέματα: Ανεξαρτησία, Συνδυαστική Ανάλυση.

Άσκηση 1.

Ένας χώρος στάθμευσης αποτελείται από μία σειρά n θέσεων ($n \geq 2$). Η Μαρία φτάνει στο χώρο στάθμευσης όταν όλες οι θέσεις είναι ελεύθερες. Ο Θωμάς είναι ο επόμενος που έρχεται να σταθμεύσει. Καθένας τους επιλέγει ισοπίθανα από τις θέσεις στάθμευσης που είναι διαθέσιμες. Υπολογίστε την πιθανότητα ότι οι θέσεις στάθμευσης που επιλέγονται από την Μαρία και τον Θωμά έχουν το πολύ 1 κενή θέση μεταξύ τους.

Άσκηση 2.

Μία τράπουλα με 52 φύλλα μοιράζεται μεταξύ 4 παικτών (από 13 φύλλα σε κάθε παίκτη).

(α) Βρείτε την πιθανότητα ο παίκτης 1 να πάρει 13 μπαστούνια.

(β) Βρείτε την πιθανότητα κάποιος παίκτης να πάρει και τα 13 μπαστούνια.

(γ) Θεωρήστε τα 2 παρακάτω γεγονότα:

i. Ο παίκτης 1 παίρνει τα 13 μπαστούνια.

ii. Ο παίκτης 1 παίρνει το ρήγα κούπα.

Είναι τα γεγονότα ανεξάρτητα; Είναι ξένα μεταξύ τους;

(δ) Θεωρήστε τα 2 παρακάτω γεγονότα:

i. Όλα τα χαρτιά του παίκτη 1 ανήκουν στην ίδια σειρά (δηλαδή, όλα είναι είτε καρρό, είτε κουπές, είτε σπαθιά είτε μπαστούνια).

ii. Ο παίκτης 1 παίρνει το ρήγα κούπα.

Είναι τα δύο γεγονότα ανεξάρτητα;

Άσκηση 3.

Ρίχνουμε τα καπέλα n ατόμων σε ένα κουτί. Κατόπιν, τα άτομα επιλέγουν τα καπέλα τους τυχαία μέσα από το κουτί (δηλαδή, έτσι ώστε κάθε ανάθεση των καπέλων στα άτομα να έχει την ίδια πιθανότητα να συμβεί). Ποιά είναι η πιθανότητα ακριβώς $n - 2$ άτομα να επιλέξουν το δικό τους καπέλο ;

Άσκηση 4.

Η Κατερίνα και ο Νίκος παίζουν το ακόλουθο παιχνίδι. Πρώτα η Κατερίνα επιλέγει τυχαία 4 από τα 52 φύλλα μίας τράπουλας, τα απομνημονεύει και τα επανατοποθετεί πίσω στην τράπουλα. Έπειτα, ο Νίκος επιλέγει τυχαία 8 φύλλα από την ίδια τράπουλα. Η Κατερίνα κερδίζει εάν στα φύλλα του Νίκου υπάρχουν όλα τα φύλλα τα οποία είχε επιλέξει η ίδια. Ποιά είναι η πιθανότητα να συμβεί αυτό ;

Άσκηση 5.

Μόλις έχουμε ολοκληρώσει n ανεξάρτητες ρίψεις ενός νομίσματος το οποίο φέρνει Κεφαλή με πιθανότητα p .

(α) Δεδομένου ότι έχει έρθει Κεφαλή ακριβώς μία φορά (στις n ρίψεις), ποια είναι η πιθανότητα η πρώτη ρίψη να έχει φέρει Κεφαλή;

(β) Δεδομένου ότι έχει έρθει Κεφαλή ακριβώς 2 φορές, ποια η πιθανότητα η πρώτη ρίψη να έχει φέρει Κεφαλή;

(γ) Δεδομένου ότι έχει έρθει Κεφαλή ακριβώς 7 φορές, ποια η πιθανότητα 3 από τις 4 πρώτες ρίψεις να έχουν φέρει Κεφαλή;

Άσκηση 6.

25 μαύρες πέτρες χωρίζονται σε 5 σειρές όπου κάθε σειρά έχει 5 πέτρες. Τοποθετούμε την μία σειρά κάτω από την άλλη, δηλαδή σχηματίζουμε έναν πίνακα 5×5 . Επιλέγουμε τυχαία 5 από τις πέτρες και τις ζωγραφίζουμε κόκκινες.

(α) Ποιά είναι η πιθανότητα όλες οι κόκκινες πέτρες να βρίσκονται σε διαφορετικές σειρές;

(β) Ποιά είναι η πιθανότητα όλες οι κόκκινες πέτρες να βρίσκονται σε διαφορετικές σειρές και σε διαφορετικές στήλες;