

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2007
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 8/10/2007

Ημερομηνία Παράδοσης: 18/10/2007

Άσκηση 1. Εκφράστε τα παρακάτω γεγονότα χρησιμοποιώντας τα γεγονότα A, B, C , καθώς και τα συμπληρωματικά, τις ενώσεις και τις τομές αυτών.

- (α) Τουλάχιστον ένα από τα γεγονότα A, B, C συμβαίνει.
 - (β) Το πολύ ένα από τα γεγονότα A, B, C συμβαίνει.
 - (γ) Κανένα από τα γεγονότα A, B, C δεν συμβαίνει.
 - (δ) Και τα τρία γεγονότα A, B, C συμβαίνουν.
 - (ε) Ακριβώς ένα από τα γεγονότα A, B, C συμβαίνει.
 - (στ) Τα γεγονότα A και B συμβαίνουν, αλλά το C όχι.
 - (ζ) Είτε το γεγονός A συμβαίνει ή, εάν όχι, τότε ούτε το B συμβαίνει.
- Για κάθε περίπτωση σχεδιάστε και τα αντίστοιχα διαγράμματα Venn.

Άσκηση 2. Έστω A, B δύο γεγονότα. Χρησιμοποιείστε τα αξιώματα των πιθανοτήτων για να αποδείξετε τα παρακάτω:

- (α) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$
- (β) Δείξτε ότι η πιθανότητα μόνο ένα από τα γεγονότα A, B να συμβεί είναι ίση με $P(A) + P(B) - 2 \cdot P(A \cap B)$.

Άσκηση 3. Υπολογίστε την πιθανότητα $P(A \cup (B^c \cup C^c)^c)$ σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- (α) A, B, C ξένα μεταξύ τους και $P(A) = 3/7$.
- (β) $P(A) = 1/2, P(B \cap C) = 1/3, P(A \cap C) = 0$
- (γ) $P(A^c \cap (B^c \cup C^c)) = 0.65$.

Άσκηση 4. Ο Κώστας και η Άννα έχουν από μια τράπουλα. Ο καθένας επιλέγει τυχαία ένα τραπουλόχαρτο από την τράπουλα του. Υποθέστε ότι όλα τα ζεύγη των τραπουλόχαρτων είναι ισοπίθανα. Βρείτε τις πιθανότητες:

- (α) Τουλάχιστον ένα τραπουλόχαρτο είναι άσσος
- (β) Και τα δύο χαρτιά να έχουν το ίδιο χρώμα (καρό, κούπα, σπαθί, μπαστούνι)
- (γ) Κανένα τραπουλόχαρτο δεν είναι άσσος
- (δ) Κανένα τραπουλόχαρτο δεν είναι καρό ή σπαθί

Άσκηση 5. Ο Γιάννης έχει ένα ζευγάρι από 'πειραγμένα' τετράεδρα ζάρια . Σε κάθε ρίψη, η πιθανότητα να φέρει ένα οποιοδήποτε ζεύγος είναι ανάλογη του γινομένου των δύο αριθμών που έφεραν τα ζάρια.

- (α) Περιγράψτε το δειγματοχώρο του πειράματος.
- (β) Ποια η πιθανότητα το γινόμενο να είναι ζυγός αριθμός;
- (γ) Ποια η πιθανότητα να φέρει το ένα ζάρι 2 και το άλλο 3;

Άσκηση 6. Έστω τα γεγονότα $A, B, C, A_1, \dots, A_n$. Δείξτε τις παρακάτω ισότητες. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και διαγράμματα Venn για βοήθεια στην απόδειξη.

(α) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C),$

(β) $P(\cup_{k=1}^n A_k) = P(A_1) + P(A_1^c \cap A_2) + P(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3) + \dots + P(A_1^c \cap \dots \cap A_{n-1}^c \cap A_n).$