

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2004
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων:
Συνδυαστική Ανάλυση

Ημερομηνία Ανάθεσης: 20/10/2004

Ημερομηνία Παράδοσης: 27/10/2004

Άσκηση 1. Ένα άτομο έχει 8 φίλους, 5 από τους οποίους θέλει να καλέσει σε ένα πάρτι.

(α) Πόσες επιλογές έχει αν δύο από τους φίλους του έχουν μαλώσει και δεν γίνεται να προσκληθούν συγχρόνως.

(β) Πόσες επιλογές έχει αν δύο από τους φίλους του είναι ζευγάρι και πρέπει να προσκληθούν συγχρόνως.

Άσκηση 2. Αντιπρόσωποι από 10 χώρες μεταξύ των οποίων η Γαλλία, η Αγγλία, η Κούβα και οι ΗΠΑ πρέπει να τοποθετηθούν σε μία σειρά. Πόσες τοποθετήσεις είναι δυνατές αν οι Γάλλοι πρέπει να καθίσουν δίπλα στους Άγγλους και οι Κουβανοί δεν πρέπει να βρίσκονται δίπλα στους Αμερικανούς.

Άσκηση 3. Υπάρχουν τρεις τάξεις, καθεμία με n μαθητές. Από το σύνολο των $3n$ μαθητών πρέπει να επιλέξουμε τρεις.

(α) Πόσες επιλογές είναι δυνατές;

(β) Πόσες επιλογές είναι δυνατές αν και οι τρεις μαθητές ανήκουν στην ίδια τάξη;

(γ) Πόσες επιλογές είναι δυνατές αν δύο από τους τρεις μαθητές ανήκουν στην ίδια τάξη και ο τρίτος σε διαφορετική τάξη;

(δ) Πόσες επιλογές είναι δυνατές αν και οι τρεις μαθητές ανήκουν σε διαφορετικές τάξεις;

(ε) Χρησιμοποιείστε τα αποτελέσματα στα υποερωτήματα (α)-(δ) για να αναπτύξετε το $\binom{3n}{3}$.

Άσκηση 4. Ένας αριθμός από n φοιτητές παρακολουθούν το μάθημα των πιθανοτήτων. Ο πίνακας με τα αποτελέσματα της τελικής εξέτασης περιλαμβάνει μόνο τα ονόματα αυτών που πέρασαν το μάθημα, με φθίνουσα βαθμολογική σειρά. Π.χ. ο κατάλογος θα έχει τα ονόματα [Πάνος, Νίκος] αν μόνο οι Πάνος και Νίκος πέρασαν το μάθημα (από τους n φοιτητές) με τον Πάνο να έχει καλύτερη βαθμολογία. Υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν ισοβαθμίες, πόσοι είναι όλοι οι δυνατοί πίνακες;

Άσκηση 5. Τα καπέλα n ατόμων ρίχνονται σε ένα κουτί και κατόπιν κάθε άτομο επιλέγει τυχαία ένα καπέλο από το κουτί. Ποια είναι η πιθανότητα ότι ακριβώς $n - 2$ άτομα θα επιλέξουν το δικό τους καπέλο;

Άσκηση 6. Η Ειρήνη και ο Παύλος παίζουν το εξής παιχνίδι. Πρώτα, η Ειρήνη διαλέγει τυχαία 4 χαρτιά από μία τράπουλα 52 χαρτιών, τα απομνημονεύει και τα τοποθετεί πάλι πίσω στην τράπουλα. Κατόπιν, ο Παύλος επιλέγει τυχαία 8 χαρτιά. Η Ειρήνη κερδίζει αν ανάμεσα στα χαρτιά του Παύλου βρίσκονται και τα 4 δικά της. Ποια είναι η πιθανότητα να συμβεί αυτό;

Άσκηση 7. Ρίχνουμε ένα κέρμα διαδοχικά n φορές.

- (α) Δεδομένου ότι έρχεται κεφαλή ακριβώς μία φορά, ποια η πιθανότητα ότι η πρώτη ρίψη έφερε κεφαλή;
- (β) Δεδομένου ότι έρχεται κεφαλή ακριβώς δύο φορές, ποια η πιθανότητα ότι η πρώτη ρίψη έφερε κεφαλή;
- (γ) Δεδομένου ότι έρχεται κεφαλή ακριβώς 7 φορές, ποια η πιθανότητα ότι ήρθε κεφαλή στις 3 από τις πρώτες 4 ρίψεις;