ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2003
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Λύσεις Τρίτης Σειράς Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 05/11/2003 Ημερομηνία Παράδοσης: 12/11/2003

Άσκηση 1. Χρησιμοποιώντας τη βασική αρχή της απαρίθμησης και διατηρώντας μόνο τα 14 γράμματα της Ελληνικής που ανήκουν και στο Λατινικό αλφάβητο (Α, Β, Ε, Ζ, Η, Ι, Κ, Μ, Ν, Ο, Ρ, Τ, Υ, Χ) έχουμε ότι οι διαφορετικές πινακίδες είναι

$$14 * 14 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 = 19.600.000$$

Άσκηση 2. (α) Μεταθέσεις των 6: $6! = 720$
(β) Τα αγόρια μπορούν να κάθονται όλα μαζί με μεταθέσεις των 3: 3! τρόπους. Ομοίως και τα κορίτσια. Οι 2 ομάδες μπορούν να κάτσουν μαζί με 2 τρόπους, πρώτα τα αγόρια και μετά τα κορίτσια ή το αντίθετο. Έτσι συνολικά έχουμε $2 * 3! * 3! = 72$ τρόπους.
(γ) Τα αγόρια μπορούν να κάθονται όλα μαζί με μεταθέσεις των 3: 3! τρόπους. Αν θεωρήσουμε τα αγόρια μια ομάδα και τα κορίτσια μεμονωμένα, έχουμε μεταθέσεις των 4: 4! τρόπους να κάτσουν. Έτσι συνολικά έχουμε $3! * 4! = 144$ τρόπους για να κάτσουν τα αγόρια μόνο μαζί.
(δ) Για την πρώτη θέση υπάρχουν 6 επιλογές, για τη δεύτερη ένα από τα τρία κορίτσια, για την τρίτη ένα από τα δύο εναπομείναντα αγόρια, για την τέταρτη ένα από τα δύο εναπομείναντα κορίτσια, για την πέμπτη και την έκτη από μια επιλογή. Έτσι, συνολικά υπάρχουν $6*3*2*2*1*1 = 72$ επιλογές.

Άσκηση 3.(α) Μεταθέσεις των 6: $6! = 720$
(β) Τα βιβλία της φυσικής τοποθετούνται μαζί με 3! τρόπους. Τα βιβλία των μαθηματικών με 2! τρόπους και αν θεωρηθούν τα βιβλία της φυσικής μια ομάδα, των μαθηματικών μια άλλη και το μεμονωμένο της χημείας , τότε αυτά μπορούν να τοποθετηθούν με 3! τρόπους. Έτσι, συνολικά υπάρχουν $3! * 2! * 3!$ δυνατότητες.
(γ) Τα βιβλία της φυσικής τοποθετούνται μαζί με 3! τρόπους. Θεωρούμε τα βιβλία αυτά μια ομάδα, τα υπόλοιπα μεμονωμένα και έχουμε 4! τρόπους και συνολικά $3! * 4!$ τρόπους να τοποθετηθούν.

Άσκηση 4. Εφόσον δεν μας ενδιαφέρει η σειρά με την οποία γίνονται οι χειραψίες έχουμε συνδυασμούς των είκοσι ανά δύο: $\binom{20}{2}$

Άσκηση 5. Υπάρχουν $\binom{10}{5} * \binom{12}{5}$ επιλογές των 5 ανδρών και 5 γυναικών. Αυτοί μπορούν να γίνουν ζευγάρια με 5! τρόπους, αφού αν αυθαίρετα διατάξουμε τους άνδρες, τότε ο πρώτος άνδρας μπορεί να ζευγαρωθεί με οποιαδήποτε από τις 5 γυναίκες, ο δεύτερος με οποιαδήποτε από τις εναπομένουσες 4, και ούτω καθεξής. Άρα υπάρχουν $5! * \binom{10}{5} * \binom{12}{2}$ πιθανά αποτελέσματα.

Άσκηση 6. (α) Δυο βιβλία επιλέγονται από κάθε τομέα με $\binom{n}{2}$ τρόπους. Έτσι συνολικά έχουμε $\binom{6}{2} + \binom{7}{2} + \binom{4}{2} = 42$ πιθανότητες.
(β) Υπάρχουν $6 * 7$ επιλογές ενός μαθηματικού και ενός βιβλίου υπολογιστών, $7 * 4$ επιλογές ενός μαθηματικού και ενός οικονομικών και $6*4$ επιλογές ενός οικονομικού και ενός βιβλίου υπολογιστών. Έτσι συνολικά υπάρχουν 94 επιλογές (το άθροισμα τους).

Άσκηση 7. (α)Υπάρχουν $\binom{8}{3} * \binom{4}{3}$ επιτροπές που δεν περιέχουν κανέναν από τους δυο άντρες και υπάρχουν $\binom{8}{3} * \binom{4}{2} * \binom{2}{1}$ που περιέχουν ακριβώς έναν από αυτούς (είτε τον έναν, είτε τον άλλον). Έτσι συνολικά υπάρχουν $\binom{8}{3} * \binom{4}{3} + \binom{8}{3} * \binom{4}{2} * \binom{2}{1}$ επιτροπές.
(β) Με την ίδια λογική υπάρχουν $\binom{6}{3} * \binom{6}{3} + \binom{2}{1} * \binom{6}{2} * \binom{6}{3}$ επιτροπές.
(γ) Υπάρχουν $\binom{7}{3} * \binom{5}{3}$ επιτροπές στις οποίες κανένα από τα δυο διαφωνούντα άτομα δε συμμετέχουν. Υπάρχουν $\binom{7}{2} * \binom{5}{3}$ επιτροπές στις οποίες συμμετέχει η συγκεκριμένη γυναίκα και $\binom{7}{3} * \binom{5}{2}$ επιτροπές στις οποίες συμμετέχει ο συγκεκριμένος άνδρας. Οι δυνατές επιτροπές αποτελούνται από το άθροισμα των παραπάνω, αφού ένας εκ των δυο ή κανένας τους επιτρέπεται να συμμετέχει
$\binom{7}{3} * \binom{5}{3} + \binom{7}{2} * \binom{5}{3} + \binom{7}{3} * \binom{5}{2} = 910$ επιτροπές.