

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2003
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Λύσεις Δεύτερης Σειράς Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 29/10/2003

Ημερομηνία Παράδοσης: 05/11/2003

Άσκηση 1. Έστω d το ενδεχόμενο τα ζάρια φέρνουν διαφορετικά νούμερα, A και B τα αποτελέσματα της ρίψης των 2 ζαριών. Τότε,

$$\begin{aligned} P(6|d) &= P(6, d)/P(d) \\ &= \frac{P(A=6, B \neq 6) + P(A \neq 6, B=6)}{5/6} \\ &= \frac{2 * 1/6 * 5/6}{5/6} = 1/3 \end{aligned}$$

Άσκηση 2. Έστω E το γεγονός ότι μια τυχαία επιλεγμένη έγκυος γυναίκα έχει εξωμήτρια κύηση και S το γεγονός ότι το επιλεγμένο άτομο είναι καπνιστής. Τότε,

$$P(E|S) = 2P(E|S^c), P(S) = 0.32$$

Έτσι,

$$\begin{aligned} P(S|E) &= P(SE)/P(E) \\ &= \frac{P(E|S)P(S)}{P(E|S)P(S) + P(E|S^c)P(S^c)} \\ &= \frac{2P(S)}{2P(S) + P(S^c)} = 32/66 = 0.4548 \end{aligned}$$

Άσκηση 3. Έστω Ψ το γεγονός κάποιος να ψήφισε, A να είναι ανεξάρτητος, Φ φιλελεύθερος, Σ συντηρητικός.

(α)

$$\begin{aligned} P(A|\Psi) &= \frac{P(\Psi|A)P(A)}{P(\Psi|A)P(A) + P(\Psi|\Phi)P(\Phi) + P(\Psi|\Sigma)P(\Sigma)} \\ &= \frac{0.35 * 0.46}{0.35 * 0.46 + 0.62 * 0.3 + 0.58 * 0.24} = 0.311 \end{aligned}$$

(β)

$$\begin{aligned} P(\Phi|\Psi) &= \frac{P(\Psi|\Phi)P(\Phi)}{P(\Psi|A)P(A) + P(\Psi|\Phi)P(\Phi) + P(\Psi|\Sigma)P(\Sigma)} \\ &= \frac{0.62 * 0.30}{0.35 * 0.46 + 0.62 * 0.3 + 0.58 * 0.24} = 0.383 \end{aligned}$$

(γ)

$$\begin{aligned} P(\Sigma|\Psi) &= \frac{P(\Psi|\Sigma)P(\Sigma)}{P(\Psi|A)P(A) + P(\Psi|\Phi)P(\Phi) + P(\Psi|\Sigma)P(\Sigma)} \\ &= \frac{0.58 * 0.24}{0.35 * 0.46 + 0.62 * 0.3 + 0.58 * 0.24} = 0.286 \end{aligned}$$

(δ)

$$P(\Psi) = P(\Psi|A)P(A) + P(\Psi|\Phi)P(\Phi) + P(\Psi|\Sigma)P(\Sigma) = 0.4862$$

Άσκηση 4. Έστω F το γεγονός το επιλεγμένο άτομο να είναι γυναίκα και C να σπουδάζει επιστήμη των υπολογιστών

$$(\alpha) P(F|C) = \frac{P(FC)}{P(C)} = 0.02/0.05 = 0.4$$

$$(\beta) P(C|F) = P(FC)/P(F) = 0.02/0.52 = 1/26 = 0.38$$

Άσκηση 5. Έστω V το γεγονός ότι το γράμμα είναι φωνήεν, E το γεγονός ότι το επιλεγμένο άτομο είναι Άγγλος και A ότι είναι Αμερικάνος. Τότε,

$$P(E|V) = \frac{P(V|E)P(E)}{P(V|E)P(E) + P(V|A)P(A)} = \frac{(1/2)(2/5)}{(1/2)(2/5) + (2/5)(3/5)} = 5/11$$

Άσκηση 6. Έστω G το γεγονός κάποιος να είναι καλός οδηγός, M να είναι μέτριος και B κακός. Αν A το γεγονός κάποιος να είχε ατύχημα, τότε

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|G)P(G) + P(A|M)P(M) + P(A|B)P(B) \\ &= (0.05) * (0.2) + (0.15)(0.5) + (0.3)(0.3) = 0.175 \end{aligned}$$

$$P(G|A^c) = \frac{P(A^c|G)P(G)}{P(A^c)} = \frac{0.95 * 0.2}{0.825}$$

$$P(M|A^c) = \frac{P(A^c|M)P(M)}{P(A^c)} = \frac{0.85 * 0.5}{0.825}$$

Άσκηση 7. Από τις πληροφορίες που δίνει το πρόβλημα συμπεραίνουμε ότι και οι 2 γονείς του Χρήστου έχουν από ένα γονίδιο καστανού ματιού. Κατά τη γέννηση του ο Χρήστος είχε τις ίδιες πιθανότητες να αποκτήσει είτε ένα μπλε είτε ένα καστανό γονίδιο από τον κάθε γονέα (B και K τα ενδεχόμενα να αποκτήσει ένα μπλε και ένα καστανό γονίδιο αντίστοιχα). Έστω X ο αριθμός των μπλε γονιδίων που έλαβε ο Χρήστος.

(α)

$$P(B) = P(X = 1|X \leq 1) = \frac{1/2}{1 - 1/4} = 2/3$$

(β) Έστω FB το γεγονός το πρώτο τους παιδί να έχει γαλανά μάτια.

$$\begin{aligned} P(FB) &= P(FB|B)P(B) + P(FB|B^c) \\ &= (1/2) * (2/3) + 0 * (1/3) = 1/3 \end{aligned}$$

(γ) Έστω FK το γεγονός το πρώτο τους παιδί να έχει καστανά μάτια και SK το γεγονός το δεύτερο τους παιδί να έχει επίσης καστανά μάτια. Υπολογίζουμε πρώτα

$$\begin{aligned} P(B|FK) &= \frac{P((B)(FK))}{P(FK)} \\ &= \frac{P(FK|B)P(B)}{1 - P(FB)} \\ &= \frac{(1/2) * (2/3)}{2/3} \end{aligned}$$

και εν συνεχεία

$$\begin{aligned} P(SK) &= P(K|B) * P(B) + P(K|B^c)P(B^c) \\ &= (1/2) * (1/2) + 1 * (1/2) = 3/4 \end{aligned}$$

Άσκηση 8. Έστω A το γεγονός το E να συμβεί πριν από το F. Τότε

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|E)P(E) + P(A|F)P(F) + P(A|(E^cF^c))[1 - P(E) - P(F)] \\ &= 1 * P(E) + 0 * P(F) + P(A)(1 - P(E) - P(F)) \end{aligned}$$

Έτσι

$$P(A) = \frac{P(E)}{P(E) + P(F)}$$