

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2003
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 29/10/2003

Ημερομηνία Παράδοσης: 05/11/2003

Άσκηση 1. Ρίχνουμε δύο δίκαια εξάεδρα ζάρια. Ποια είναι η δεσμευμένη πιθανότητα ότι το ένα από τα δύο ζάρια φέρνει 6, δεδομένου ότι τα ζάρια φέρνουν διαφορετικά νούμερα;

Άσκηση 2. Μία εξωμήτρια κύηση έχει διπλάσια πιθανότητα να συμβεί εάν η έγγυος γυναίκα είναι καπνίστρια απ' ότι εάν δεν είναι καπνίστρια. Αν το 32% των γυναικών σε ηλικία αναπαραγωγής είναι καπνίστριες, ποιο ποσοστό των γυναικών που παρουσιάζουν εξωμήτρια κύηση είναι καπνίστριες;

Άσκηση 3. Το 46% των ψηφοφόρων σε μία πόλη δηλώνουν Ανεξάρτητοι, το 30% δηλώνουν Φιλελεύθεροι, και το 24% δηλώνουν Συντηρητικοί. Σε μία πρόσφατη εκλογή, ψήφισε το 35% των Ανεξαρτητών, το 62% των Φιλελευθέρων και το 58% των Συντηρητικών. Επιλέγουμε τυχαία ένα ψηφοφόρο. Δεδομένου ότι αυτός ψήφισε στην πρόσφατη εκλογή, ποια η πιθανότητα να είναι

- (α) Ανεξάρτητος;
- (β) Φιλελεύθερος;
- (γ) Συντηρητικός;
- (δ) Τι ποσοστό των ψηφοφόρων έλαβε μέρος στην εκλογή;

Άσκηση 4. Το 52% των φοιτητών σε κάποιο πανεπιστήμιο είναι γυναίκες. Το 5% των φοιτητών σπουδάζουν Επιστήμη των Υπολογιστών. Το 2% των φοιτητών είναι γυναίκες που σπουδάζουν Επιστήμη των Υπολογιστών. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα φοιτητή, ποια η πιθανότητα να

- (α) είναι γυναίκα, δεδομένου ότι σπουδάζει Επιστήμη των Υπολογιστών;
- (β) σπουδάζει Επιστήμη των Υπολογιστών, δεδομένου ότι είναι γυναίκα;

Άσκηση 5. Η ορθογραφία για την αγγλική λέξη που σημαίνει "αυστηρότητα" είναι "rigour" στην Βρετανία και "rigor" στην Αμερική. Ένας τουρίστας σε κάποιο Παρισινό ξενοδοχείο γράφει αυτή τη λέξη και ένα γράμμα που επιλέγεται τυχαία από τη λέξη συμβαίνει να είναι φωνήεν. Αν το 40% των αγγλόφωνων τουριστών του ξενοδοχείου είναι Βρετανοί και το υπόλοιπο 60% είναι Αμερικανοί, ποια η πιθανότητα αυτός που έγραψε τη λέξη να είναι Βρετανός;

Άσκηση 6. Μία ασφαλιστική εταιρία κατατάσσει τους ανθρώπους σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με την επικινδυνότητα τους στην οδήγηση: Κατηγορία μικρού, μέτριου και μεγάλου ρίσκου. Τα αρχεία της εταιρίας δείχνουν ότι οι πιθανότητες πελάτες μικρού, μέτριου και μεγάλου ρίσκου να έχουν ατύχημα κατά τη διάρκεια ενός έτους είναι 0.05, 0.15 και 0.30, αντίστοιχα. Αν το 20% του πληθυσμού αποτελείται από άτομα μικρού ρίσκου, το 50% αποτελείται από άτομα μέτριου ρίσκου και το υπόλοιπο 30% αποτελείται από άτομα μεγάλου ρίσκου, ποιο ποσοστό του πληθυσμού έχει ατύχημα κατά τη διάρκεια ενός έτους; Αν κάποιος ασφαλισμένος δεν είχε κανένα ατύχημα το 2002, ποια η πιθανότητα ότι είναι άτομο

- (α) μικρού ρίσκου;
- (β) μέτριου ρίσκου;

Άσκηση 7. Το χρώμα των ματιών του ανθρώπου καθορίζεται από ένα ζευγάρι γονιδίων. Αν και τα δύο γονίδια είναι γονίδια γαλανού ματιού, το άτομο έχει γαλανά μάτια. Αν και τα δύο γονίδια είναι γονίδια καστανού ματιού, το άτομο έχει καστανά μάτια. Αν ένα από τα δύο γονίδια είναι γαλανού ματιού και το άλλο είναι καστανού ματιού, το άτομο έχει καστανά μάτια. Για αυτό το λόγο λέμε ότι το γονίδιο του καστανού ματιού είναι επικρατέστερο από το γονίδιο του γαλανού ματιού. Ένα παιδί λαμβάνει ένα γονίδιο χρώματος ματιού από κάθε γονέα ανεξάρτητα. Το γονίδιο που λαμβάνει από κάθε γονέα προέρχεται με πιθανότητα $1/2$ από τα δύο γονίδια χρώματος ματιού του γονέα. Υποθέστε ότι ο Χρήστος και οι δύο γονείς του έχουν καστανά μάτια, αλλά η αδερφή του Χρήστου έχει γαλανά.

(α) Ποια η πιθανότητα ότι ο Χρήστος έχει ένα γονίδιο γαλανού ματιού;

Υποθέστε ότι η σύζυγος του Χρήστου έχει γαλανά μάτια.

(β) Ποια η πιθανότητα ότι το πρώτο τους παιδί θα έχει γαλανά μάτια;

(γ) Εάν το πρώτο τους παιδί έχει καστανά μάτια, ποια η πιθανότητα ότι το επόμενο παιδί τους θα έχει επίσης καστανά μάτια;

Άσκηση 8. Θεωρείστε ότι τα E και F είναι δύο ξένα μεταξύ τους γεγονότα ενός πειράματος τύχης. Δείξτε ότι αν πραγματοποιήσουμε ανεξάρτητες δοκιμές αυτού του πειράματος, το γεγονός E θα εμφανιστεί πριν από το F με πιθανότητα $P(E)/[P(E) + P(F)]$.

Βοήθεια: Χρησιμοποιείστε το Θεώρημα της Ολικής Πιθανότητας παίρνοντας τη διαμέριση του δειγματοχώρου με βάση ποιο γεγονός συμβαίνει πρώτο κατά την εκτέλεση του πειράματος.