ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2003
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Λύσεις Πρώτης Σειράς Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 20/10/2003 Ημερομηνία Παράδοσης: 27/10/2003

Άσκηση 1. (α) $S = \{(r,r),(r,g),(r,b),(g,r),(g,g),(g,b),(b,r),(b,g),(b,b)\}$
(β) $S = \{(r,g),(r,b),(g,r),(g,b),(b,r),(b,g)\}$

Άσκηση 2. $EF = \{(1,2),(1,4),(1,6),(2,1),(4,1),(6,1)\}$.
$E \cup F$ συμβαίνει όταν το άθροισμα είναι περιττό ή όταν ένα τουλάχιστον από τα ζάρια προσγειωθεί στον άσσο.
$FG = \{(1,4),(4,1)\}$
EF^c είναι το γεγονός κατά το οποίο κανένα από τα ζάρια δεν προσγειώνεται στον άσσο, ενώ το άθροισμα είναι περιττό.
$EFG = FG$

Άσκηση 3. (α) $2^5 = 32$
(β) $W = \{(1,1,1,1,1),(1,1,1,1,0),(1,1,1,0,1),(1,1,0,1,1),(1,1,1,0,0),$
$(1,1,0,1,1),(1,1,0,0,1),(1,1,0,0,0),(1,0,1,1,1),(0,1,1,1,1),$
$(1,0,1,1,0),(0,1,1,1,0),(0,0,1,1,1),(0,0,1,1,0),(1,0,1,0,1)\}$
(γ) 8
(δ) $AW = \{(1,1,1,0,0),(1,1,0,0,0)\}$

Άσκηση 4. Διαλέγουμε τυχαία έναν πελάτη. Έστω A το γεγονός ότι ο πελάτης φέρει μια American Express κάρτα και V το γεγονός ότι φέρει μια VISA κάρτα.

$$P(A \cup V) = P(A) + P(V) - P(AV) = 0.24 + 0.61 - 0.11 = 0.74$$

Επομένως, 74% των πελατών φέρουν τουλάχιστον έναν από τους 2 τύπους πιστωτικών που δέχεται το κατάστημα.

Άσκηση 5. Έστω R το γεγονός ένας μαθητής να φορά δαχτυλίδι και N να φορά κολιέ.

$$\begin{aligned} P(R \cup N) &= 1 - P(R^c N^c) = 1 - 0.6 = 0.4 \\ &= P(R) + P(N) - P(RN) = 0.2 + 0.3 - P(RN) \end{aligned}$$

Έτσι, $P(RN) = 0.1$

Άσκηση 6.

$$\begin{aligned} P(M \cup W \cup G) &= P((M \cup W) \cup G) \\ &= P(M \cup W) + P(G) - P((M \cup W) \cap G) \\ &= P(M) + P(W) - P(MW) + P(G) - P((MG) \cup (WG)) \\ &= P(M) + P(W) - P(MW) + P(G) - P(MG) - P(WG) + P(MGW) \\ &= \frac{312 + 470 + 525 + 25 - (147 + 42 + 86)}{1000} \\ &= \frac{1057}{1000} > 1 \end{aligned}$$

Άσκηση 7. Το πρόβλημα λύνεται καλύτερα με διάγραμμα του Venn.
Από τις δοθείσες τιμές $P(ABC) = 0.01, P(AB) = 0.08, P(BC) = 0.04, P(AC) = 0.02$ βρίσκεται εύκολα ότι $P(ABC^c) = 0.08 - 0.01 = 0.07, P(A^cBC) = 0.04 - 0.01 = 0.03, P(AB^cC) = 0.02 - 0.01 = 0.01$
Στη συνέχεια, αφού $P(A) = 0.1 = P(ABC) + P(ABC^c) + P(AB^cC) + P(AB^cC^c)$, έχουμε ότι $P(AB^cC^c) = 0.01$.
Ομοίως μπορούμε να δείξουμε ότι $P(A^cBC^c) = 0.19$ και $P(A^cB^cC) = 0$. Τελικά έχουμε $P(A \cup B \cup C) = P(ABC) + P(ABC^c) + P(A^cBC) + P(AB^cC) + P(AB^cC^c) + P(A^cBC^c) + P(A^cBC^c) = 0.32$.
Έλεγχος: Η πρόταση 4.4 δίνει $P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$ το οποίο είναι επίσης 0.32. Τελικά, $P(A^cB^cC^c) = 1 - P(A \cup B \cup C) = 0.68$.
Αν E το ενδεχόμενο κάποιος να διαβάζει μόνο μια εφημερίδα, F το ενδεχόμενο κάποιος να διαβάζει τουλάχιστον 2 εφημερίδες, G το ενδεχόμενο κάποιος να διαβάζει τουλάχιστον μία πρωινή καθώς επίσης και την απογευματινή και H να μην είναι αναγνώστης καμίας εφημερίδας, τότε οι πιθανότητες που ζητούνται είναι: (α) $P(E) = P(AB^cC^c) + P(A^cBC^c) + P(A^cB^cC) = 0.01 + 0.19 + 0 = 0.2$
(β) $P(F) = P(AB \cup BC \cup AC) = P(ABC) + P(ABC^c) + P(A^cBC) + P(AB^cC) = 0.01 + 0.07 + 0.03 + 0.01 = 0.12$. Έλεγχος: $P(AB \cup BC \cup AC) = P(AB) + P(BC) + P(AC) - 2P(ABC)$
(γ) $P(G) = P(B \cap (A \cup C)) = P(AB) + P(BC) - P(ABC) = 0.08 + 0.04 - 0.01 = 0.11$
(δ) $P(H) = P(A^cB^cC^c) = 1 - P(A \cup B \cup C) = 0.68$.

Άσκηση 8.
(α) EF^cG^c
(β) $E \cup F \cup G$
(γ) EFG
(δ) $E^cF^cG^c \cup EF^cG^c \cup E^cFG^c \cup E^cF^cG$
(ε) $EFG^c \cup EF^cG \cup E^cFG$
(στ) EF^cG
(ζ) $EF \cup EG \cup FG$
(η) $E^cF^cG^c$
(θ) $(EFG)^c$
(ι) S