

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2003
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 20/10/2003

Ημερομηνία Παράδοσης: 27/10/2003

Άσκηση 1. Ένα κουτί περιέχει 3 μπίλιες, 1 κόκκινη, 1 πράσινη και 1 μπλε. Θεωρείστε ένα πείραμα κατά το οποίο παίρνουμε μια μπίλια από το κουτί, την επανατοποθετούμε στο κουτί και τραβάμε μια δεύτερη μπίλια από το κουτί. Περιγράψτε το δειγματικό χώρο. Επαναλάβετε τραβώντας τη δεύτερη μπίλια χωρίς την επανατοποθέτηση της πρώτης.

Άσκηση 2. Ρίχνουμε 2 ζάρια. Έστω E το γεγονός ότι το άθροισμα των ζαριών είναι περιττό, F το γεγονός τουλάχιστον ένα από τα δύο να έρθει άσσος και G το γεγονός το άθροισμα να είναι 5. Περιγράψτε τα γεγονότα EF , $E \cup F$, FG , EF^c και EFG .

Άσκηση 3. Ένα σύστημα αποτελείται από 5 εξαρτήματα, καθένα εκ των οποίων είτε δουλεύει είτε είναι χαλασμένο. Θεωρείστε το πείραμα κατά το οποίο παρατηρούμε την κατάσταση του κάθε εξαρτήματος και έστω ότι το αποτέλεσμα του πειράματος παριστάνεται από το διάνυσμα $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, όπου το x_i ισούται με 1 αν το εξάρτημα i λειτουργεί και 0 αν είναι χαλασμένο.

(α) Πόσα πιθανά ενδεχόμενα υπάρχουν στο δειγματικό χώρο του πειράματος;

(β) Υποθέστε ότι το σύστημα λειτουργεί αν τα εξαρτήματα 1 και 2 λειτουργούν και τα δύο, ή αν τα εξαρτήματα 3 και 4 λειτουργούν και τα δύο, ή αν τα εξαρτήματα 1, 3 και 5 λειτουργούν ταυτόχρονα. Έστω W το γεγονός ότι το σύστημα θα λειτουργήσει. Καθορίστε όλα τα ενδεχόμενα στο W .

Άσκηση 4. Ένα κατάστημα δέχεται είτε την American Express είτε την πιστωτική VISA. 24% των πελατών του φέρουν την American Express, 61% την VISA και 11% και τις δύο. Τι ποσοστό των πελατών φέρει μια πιστωτική κάρτα την οποία δέχεται το κατάστημα;

Άσκηση 5. 60% των μαθητών ενός σχολείου δεν φορούν ούτε δαχτυλίδι ούτε κολιέ. 20% φορούν δαχτυλίδι και 30% φορούν κολιέ. Αν διαλέξουμε στην τύχη έναν μαθητή, ποια η πιθανότητα ο μαθητής να φορά

(α) ένα δαχτυλίδι ή ένα κολιέ;

(β) ένα δαχτυλίδι και ένα κολιέ;

Άσκηση 6. Τα ακόλουθα δεδομένα δόθηκαν σε μια έρευνα ενός συνόλου 1000 εγγεγραμμένων σε ένα περιοδικό: Αναφορικά με εργασία, οικογενειακή κατάσταση και μόρφωση, υπήρχαν 312 επαγγελματίες, 470 παντρεμένοι, 525 απόφοιτοι κολεγίου, 42 επαγγελματίες απόφοιτοι κολεγίου, 147 παντρεμένοι απόφοιτοι κολεγίου, 86 παντρεμένοι επαγγελματίες και 25 παντρεμένοι επαγγελματίες απόφοιτοι κολεγίου. Αποδείξτε ότι τα νούμερα που αναφέρθηκαν στη μελέτη πρέπει να είναι ακριβή.

Βοήθεια: Έστω M , W , και G τα σύνολα των επαγγελματιών, παντρεμένων και αποφοίτων κολεγίου, αντίστοιχα. Υποθέστε ότι ένας από τους 1000 αναγνώστες επιλέγεται τυχαία και δείξτε ότι αν τα νούμερα είναι ακριβή, τότε $P(M \cup W \cup G) > 1$.

Άσκηση 7. Σε μία πόλη κυκλοφορούν τρεις εφημερίδες A, B, και Γ. Τα ποσοστά των κατοίκων της πόλης που διαβάζουν αυτές τις εφημερίδες είναι τα ακόλουθα: A: 10%, B: 30%, Γ: 5%, A και B: 8%, A και Γ: 2%, B και Γ: 4%. Τέλος, το 1% διαβάζει και τις τρεις εφημερίδες.

- (α) Ποιο ποσοστό των κατοίκων διαβάζει μόνο μια εφημερίδα;
- (β) Ποιο ποσοστό των κατοίκων διαβάζει τουλάχιστον δύο εφημερίδες;
- (γ) Εάν οι A και Γ είναι πρωινές εφημερίδες ενώ η B είναι απογευματινή, ποιο ποσοστό των κατοίκων διαβάζει τουλάχιστον μία πρωινή καθώς επίσης και την απογευματινή;
- (δ) Πόσοι κάτοικοι δεν είναι αναγνώστες καμίας εφημερίδας;

Άσκηση 8. Έστω E , F και G 3 γεγονότα. Βρείτε εκφράσεις για τα γεγονότα έτσι ώστε από τα E , F και G

- (α) μόνο το E να συμβαίνει
- (β) τουλάχιστον ένα από τα τρία να συμβαίνουν
- (γ) και τα τρία να συμβαίνουν
- (δ) το πολύ ένα από τα τρία να συμβαίνει
- (ε) ακριβώς δύο από τα τρία να συμβαίνουν
- (στ) να συμβαίνουν τα E και G αλλά όχι το F ;
- (ζ) τουλάχιστον δύο από τα γεγονότα να συμβαίνουν;
- (η) κανένα από τα γεγονότα να μην συμβαίνει;
- (θ) το πολύ δύο από αυτά να συμβαίνουν;
- (ι) το πολύ τρία από αυτά να συμβαίνουν;