

ΗΥ-217 Τρίτη σειρά ασκήσεων

4 Νοεμβρίου 2002

Ημερομηνία παράδοσης 15-11-02

1 Άσκηση

(Η σπαζοκεφαλιά του de Méré - Η ερώτηση αυτή τέθηκε από το Γάλλο αριστοκράτη de Méré στο φίλο του Pascal τον 17ο αιώνα.)

Ρίχνουμε ένα εξαπλευρο ζάρι τρεις φορές (κάθε ρίψη θεωρείται ανεξάρτητη από τις άλλες). Ποιό γεγονός είναι πιο πιθανό να συμβεί: Να έρθει άθροισμα 11 ή να έρθει άθροισμα 12.

2 Άσκηση

Οκτώ (8) πύργοι τοποθετούνται σε διαφορετικά τετράγωνα σε μια σκακιέρα 8×8 , με κάθε τοποθέτηση να είναι εξίσου πιθανή. Βρείτε την πιθανότητα του γεγονότος όλοι οι πύργοι να είναι ασφαλείς ο ένας από τον άλλο, δηλαδή, να μην υπάρχει γραμμή ή στήλη στην σκακιέρα με περισσότερους από έναν πύργους.

3 Άσκηση

Εστω ένα σύνολο n ατόμων. Μία ομάδα αποτελείται από ένα ειδικό άτομο του συνόλου (τον αρχηγό της ομάδας) και από έναν αριθμό (πιθανόν μηδέν) πρόσθετων ατόμων (τα μέλη της ομάδας).

(α) Εξηγείστε γιατί ο αριθμός όλων των δυνατών ομάδων είναι $n2^{n-1}$.

(β) Βρείτε έναν διαφορετικό τρόπο απαρίθμησης των δυνατών ομάδων και δείξτε την ισότητα:

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$$

4 Άσκηση

Τραβούμε 7 χαρτιά από μια τράπουλα 52 χαρτιών. Βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω γεγονότων:

- (α) Τα 7 χαρτιά περιέχουν ακριβώς 3 άσσους.
- (β) Τα 7 χαρτιά περιέχουν ακριβώς 2 ντάμες.
- (γ) Τα 7 χαρτιά περιέχουν ακριβώς 3 άσσους ή ακριβώς 2 ντάμες.

5 Άσκηση

Εστω X διακριτή τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) ομοιόμορφα κατανεμημένη στο σύνολο των ακεραίων αριθμών $[k_1, k_2]$, όπου $k_1 < 0 < k_2$. Βρείτε την συνάρτηση πιθανότητας των τ.μ. $Y = \max\{0, X\}$ και $Z = \min\{0, X\}$.

6 Άσκηση

Ενας δέκτης δυαδικών δεδομένων κάνει λάθη κατά τη λήψη μιας ακολουθίας μηδέν και ένα. Υποθέστε ότι κάθε δυαδικό στοιχείο πληροφορίας (bit) διαβάζεται σωστά με πιθανότητα p . Ποιά πρέπει να είναι η τιμή αυτής της πιθανότητας ώστε όταν λαμβάνονται 10.000 bits, ο μέσος όρος των λαθών να είναι το πολύ 10.

7 Άσκηση

Ρίχνουμε ένα νόμισμα τέσσερις φορές και ορίζουμε δύο τυχαίες μεταβλητές X και Y όπου η X μετράει πότε πρωτοεμφανίστηκε κορώνα (K) και η Y μετράει πόσες κορώνες εμφανίστηκαν. Να βρεθεί η από κοινού συνάρτηση πιθανότητας καθώς και οι περιθωριακές συναρτήσεις.