

ΗΥ-217 Πρώτη σειρά ασκήσεων

30 Σεπτεμβρίου 2002

Ημερομηνία παράδοσης 7-9-02

1 Άσκηση

Έστω δύο σύνολα A και B. Δείξτε ότι

1. $A^c = (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$
2. $B^c = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B^c)$
3. $(A \cap B)^c = (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) \cup (A \cap B^c)$

4. Πίχνουμε ένα ζάρι. Έστω A το σύνολο των ενδεχομένων να έρθει περιττός αριθμός, και το σύνολο των ενδεχομένων να έρθει αριθμός μικρότερος του τέσσερα. Υπολογίστε τα σύνολα των δύο πλευρών της 3. και εξακριβώστε ότι η ισότητα ισχύει.

2 Άσκηση

Σε μια τάξη το 60% των μαθητών είναι πολύ καλοί μαθητές, το 70% λατρεύει τη σοκολάτα και το 40% ανήκει και στις δύο κατηγορίες. Διαλέγουμε τυχαία έναν μαθητή της τάξης αυτής. Βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής αυτός να μην είναι πολύ καλός μαθητής και να μην του αρέσει η σοκολάτα.

3 Άσκηση (Ανισότητα Bonferroni)

1. Αποδείξτε ότι για δύο τυχαία γεγονότα A και B ισχύει $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$
2. Γενικεύοντας το 1. για n γεγονότα $A_1, A_2, \dots, A_n$ δείξτε ότι $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \geq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) - (n-1)$.

4 Άσκηση

Ρίχνουμε δύο ζάρια

1. Βρείτε την πιθανότητα να έρθουν διπλές.
2. Δεδομένου ότι το άθροισμα των δύο ζαριών που ρίξαμε ήρθε μικρότερο ή ίσο του 4, βρείτε την πιθανότητα να ήρθανε διπλές.
3. Βρείτε την πιθανότητα τουλάχιστον το ένα ζάρι να έφερε 6.
4. Δεδομένου ότι τα δύο ζάρια φέρανε διαφορετικούς αριθμούς, βρείτε την πιθανότητα τουλάχιστον το ένα ζάρι να έφερε 6.

5 Άσκηση

Έχουμε 3 κέρματα. Το ένα από αυτά έχει κορώνα και στις δύο πλευρές, το άλλο έχει γράμματα και στις δύο πλευρές, και το τελευταίο έχει κορώνα στην μια και γράμματα στην άλλη πλευρά. Επιλέγουμε ένα στην τύχη, το ρίχνουμε και έρχεται κορώνα. Ποιά είναι η πιθανότητα η άλλη πλευρά να είναι γράμματα;

6 Άσκηση

Έστω A και B δύο γεγονότα. Δείξτε ότι αν $P(B) > 0$ ισχύει ότι $P(A \cap B|B) = P(A|B)$