

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2025-2026
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 27/10/2025

Ημερομηνία Παράδοσης: 7/11/2025

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

- Η παράδοση των ασκήσεών σας θα γίνεται ηλεκτρονικά, **ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ** μέσω της σελίδας e-learn του μαθήματος, **εδώ**. Παραδόσεις με e-mail, ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο δε θα γίνονται δεκτές και θα **μηδενίζονται**.
- Για την παράδοση, θα πρέπει να σκανάρετε ή να φωτογραφίσετε τις κόλλες των ασκήσεών σας και στη συνέχεια να φτιάξετε ένα PDF που θα περιλαμβάνει αυτές τις φωτογραφίες, δηλαδή το σύνολο της λυμένης σειράς ασκήσεων.
- Αριθμήστε τις σελίδες των ασκήσεών σας (από την άσκηση 1, στην άσκηση 2, στην άσκηση 3 κ.ο.κ.) και **ΣΠΟΥΡΕΥΤΕΙΤΕ** ότι τα σκαναρίσματα που έχετε κάνει έχουν δημιουργήσει εικόνες στις οποίες είναι **ΕΥΔΙΑΚΡΙΤΕΣ** και **ΕΥΚΟΛΟΔΙΑΒΑΣΤΕΣ** οι λύσεις σας. Θολές, και γενικότερα θορυβώδεις, εικόνες ενδέχεται να καταστήσουν αδύνατη τη διαδικασία της διόρθωσης και κατ' επέκταση να οδηγήσουν σε μηδενισμό των ασκήσεών σας.

Άσκηση 1

Τραβάμε 7 χαρτιά από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα 52 χαρτιών. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες:

1. Τα 7 χαρτιά να περιέχουν ακριβώς 3 άσσους
2. Τα 7 χαρτιά να περιέχουν ακριβώς 2 βαλέδες
3. Τα 7 χαρτιά να περιέχουν ακριβώς 3 άσσους ή 2 βαλέδες

Άσκηση 2

1. Ένας επαφήφιος αριθμός τηλεφώνου $a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$ θεωρείται εύκολος να τον θυμάται κανείς, εάν τα τρία πρώτα ψηφία του, $a_1a_2a_3$, είναι ίδια με τα επόμενα τρία ψηφία, $a_4a_5a_6$, ή με τα τελευταία τρία ψηφία, $a_5a_6a_7$. Πόσοι τέτοιοι 'εύκολοι' επαφήφιοι αριθμοί τηλεφώνου υπάρχουν;
2. Δέκα φίλοι αποφάσισαν να παίξουν έναν αγώνα μπάσκετ. Με πόσους τρόπους μπορούν να χωριστούν σε δύο ομάδες των 5 ατόμων;
3. Σε ένα τραπέζι γάμου πρέπει να καθίσουν 50 προσκεκλημένοι σε 5 κυκλικά τραπέζια των 10 ατόμων. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν;

Άσκηση 3

Ι . Πόσοι δυνατοί αναγραμματισμοί (και χωρίς νόημα) μπορούν να γίνουν από τα γράμματα των λέξεων:

(α) ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

(β) ΣΟΚΟΛΑΤΑ

(γ) ΜΟΥΣΤΟΚΟΥΛΟΥΡΟ

ΙΙ . Παλινδρομικές λέξεις ονομάζονται εκείνες που μπορούν να διαβαστούν το ίδιο και προς τις δύο κατευθύνσεις. Πχ ΑΝΝΑ, ΣΟΦΟΣ. Πόσες παλινδρομικές λέξεις 7 γραμμάτων (και χωρίς νόημα) μπορούν να σχηματιστούν με το ελληνικό αλφάβητο (Α-Ω);

Άσκηση 4

Σε ένα πανεπιστήμιο προσφέρονται 8 μαθήματα χαμηλού επιπέδου: $\{L_1, L_2, \dots, L_8\}$ και 10 μαθήματα υψηλού επιπέδου: $\{H_1, H_2, \dots, H_{10}\}$. Ένα έγκυρο πρόγραμμα σπουδών αποτελείται από 4 μαθήματα χαμηλού επιπέδου και 3 μαθήματα υψηλού επιπέδου.

α) Πόσα είναι τα πιθανά διαφορετικά έγκυρα προγράμματα σπουδών;

β) Υποθέστε ότι τα $\{H_1, H_2, \dots, H_5\}$ έχουν ως προαπαιτούμενο το L_1 , και τα $\{H_6, H_7, \dots, H_{10}\}$ έχουν ως προαπαιτούμενα τα L_2 και L_3 . Για παράδειγμα, οποιοδήποτε πρόγραμμα σπουδών που περιέχει κάποιο από τα $\{H_1, H_2, \dots, H_5\}$ για να είναι έγκυρο πρέπει να περιέχει και το L_1 . Πόσα διαφορετικά έγκυρα προγράμματα σπουδών υπάρχουν;

Άσκηση 5

(α) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να επιλεγούν δύο τετράγωνα από μια 8×8 σκακίερα, έτσι ώστε να μην βρίσκονται ούτε στην ίδια γραμμή ούτε στην ίδια στήλη;

(β) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να επιλεγούν τέσσερα τετράγωνα από μια 8×8 σκακίερα, έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα (ορθογώνιο) παραλληλόγραμμο;

Άσκηση 6

Παίζετε το εξής παιχνίδι: Ρίχνετε ένα δίκαιο εξαέδρο ζάρι. Αν έρθει 1, κερδίζετε 8 ευρώ. Αν έρθει 2 ή 3, κερδίζετε 5 ευρώ. Αν έρθει 4, 5 ή 6 χάνετε z ευρώ. Ορίζουμε την τ.μ. X ως το ποσό που κερδίζετε (αρνητικές τιμές για την X υποδηλώνουν το ποσό που χάνετε).

1. Να υπολογιστεί η Συνάρτηση Πιθανότητας της τ.μ. X , $p_X(x)$.

2. Να υπολογιστεί η τιμή του z για την οποία το μέσο κέρδος είναι ίσο με -1 (δηλαδή, εκείνο το z για το οποίο ισχύει: $\mu_X = -1$).

Άσκηση 7

Θεωρείστε την διακριτή τ.μ. X με συνάρτηση πιθανότητας (σ.π.): $p_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{a} & \text{αν } x = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \\ 0 & \text{αλλιώς.} \end{cases}$

α) Υπολογίστε τη σταθερά a και τη μέση τιμή $E[X]$.

β) Υπολογίστε τη σ.π. της τ.μ. $Z = (X - E[X])^2$.

γ) Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα του (β), υπολογίστε τη διασπορά της τ.μ. X .