

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2024-2025  
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Τρίτη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 30/10/2024

Ημερομηνία Παράδοσης 11/11/2024

**ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Η παράδοση των ασκήσεών σας θα γίνεται ηλεκτρονικά, **ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ** μέσω της σελίδας e-learn του μαθήματος, **εδώ**. Παραδόσεις με e-mail, ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο δε θα γίνονται δεκτές και θα **μηδενίζονται**.
- Για την παράδοση, θα πρέπει να σκανάρετε ή να φωτογραφίσετε τις κόλλες των ασκήσεών σας και στη συνέχεια να φτιάξετε ένα PDF που θα περιλαμβάνει αυτές τις φωτογραφίες, δηλαδή το σύνολο της λυμένης σειράς ασκήσεων.
- Αριθμήστε τις σελίδες των ασκήσεών σας (από την άσκηση 1, στην άσκηση 2, στην άσκηση 3 κ.ο.κ.) και **ΣΙΓΟΥΡΕΥΤΕΙΤΕ** ότι τα σκαναρίσματα που έχετε κάνει έχουν δημιουργήσει εικόνες στις οποίες είναι **ΕΥΔΙΑΚΡΙΤΕΣ** και **ΕΥΚΟΛΟΔΙΑΒΑΣΤΕΣ** οι λύσεις σας. Θολές, και γενικότερα θορυβώδεις, εικόνες ενδέχεται να καταστήσουν αδύνατη τη διαδικασία της διόρθωσης και κατ' επέκταση να οδηγήσουν σε μηδενισμό των ασκήσεών σας.

## Άσκηση 1

Στους ζωντανούς οργανισμούς, η γενετική πληροφορία περιέχεται στο DNA. Το DNA είναι ένα πολυμερές, τα μονομερή του οποίου ονομάζονται νουκλεοτίδια. Κάθε νουκλεοτίδιο αποτελείται από μία δεοξυριβόζη η οποία ενώνεται με μία φωσφορική ομάδα και με μία αζωτούχα βάση. Οι αζωτούχες βάσεις είναι οι γνωστές από την βιολογία αδενίνη (A), θυμίνη (T), γουανίνη (G), κυτοσίνη (C) και οι διαφορετικές τους ακολουθίες είναι αυτές που κωδικοποιούν την γενετική πληροφορία.

- α) Πόσες ακολουθίες 6 βάσεων μπορούν να σχηματιστούν?
- β) Βρείτε το πλήθος των ακολουθιών 6 βάσεων που ξεκινάνε ή τελειώνουν με θυμίνη.
- γ) Πόσες ακολουθίες 5 βάσεων υπάρχουν που περιέχουν την τριάδα AUG τουλάχιστον μία φορά?
- δ) Βρείτε την πιθανότητα μία ακολουθία 5 βάσεων να περιέχει την τριάδα AUG.

## Άσκηση 2

Το Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών έχει 27 μηχανήματα υπολογιστών στο υπόγειό του για χρήση από τους φοιτητές. Οι υπολογιστές είναι χωρισμένοι σε τρεις αίθουσες. Η πρώτη αίθουσα έχει 10 υπολογιστές, η δεύτερη 8 και η τρίτη 9. Ακόμη, δέκα από τους υπολογιστές είναι συστήματα 32-bit ενώ οι υπόλοιποι 64-bit.

- α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν 27 φοιτητές στα μηχανήματα του Τμήματος αν μπορούν να μετακινήθούν ανάμεσα στις αίθουσες?

Έστω ότι 10 φοιτητές από τους 27 είναι εγγεγραμμένοι στο ΗΥ-217.

- β) Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν οι φοιτητές στα μηχανήματα έτσι ώστε όλοι οι φοιτητές του HY-217 να καθίσουν στα συστήματα 32-bit?
- γ) Υπολογίστε την πιθανότητα όλοι οι φοιτητές του HY-217 να έχουν καθίσει σε 32-bit μηχανήματα.
- δ) Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν οι φοιτητές έτσι ώστε κανένας φοιτητής του HY-217 να μην κάθεται σε σύστημα 32-bit? Υπολογίστε την πιθανότητα.

### Άσκηση 3

Το πλήρωμα μίας επανδρωμένης πτήσης στο φεγγάρι για συλλογή πετρωμάτων από τους πόλους αποτελείται από 1 κυβερνήτη, 1 συγκυβερνήτη Α, 1 συγκυβερνήτη Β και 5 γεωλόγους. Για την αποστολή αυτή έχουν εκπαιδευτεί 7 πιλότοι (κυβερνήτες και συγκυβερνήτες) και 10 γεωλόγοι.

- α) Πόσα διαφορετικά πληρώματα μπορούν να σχηματιστούν και γιατί?
- β) Δύο από τους πιθανούς πιλότους είναι αδέρφια. Ποια είναι η πιθανότητα να επιλεγθούν έτσι ώστε η μεγάλη αδερφή να είναι κυβερνήτης και ο μικρός αδερφός συγκυβερνήτης?
- γ) Οι μισοί γεωλόγοι είναι γυναίκες. Υπολογίστε την πιθανότητα να επιλεγθούν όλες τους για την αποστολή.

### Άσκηση 4

Ένα μάθημα επιλογής του Τμήματος Επιστήμης Υπολογιστών το παρακολουθούν 4 φοιτητές από το Τμήμα Φυσικής, 10 φοιτητές από το Τμήμα Βιολογίας και 8 φοιτητές από το Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών. Η καθηγήτρια σε κάθε διάλεξη σηκώνει 3 φοιτητές στον πίνακα για να λύσουν ασκήσεις (στην συγκεκριμένη άσκηση δεν μας ενδιαφέρει η σειρά με την οποία τους επιλέγει). Υπολογίστε την πιθανότητα:

- α) Να σηκώσει δυο φοιτητές από το τμήμα Φυσικής.
- β) Να σηκώσει έναν φοιτητή από κάθε τμήμα.
- γ) Να σηκώσει τρεις φοιτητές από το ίδιο τμήμα.
- δ) Να μην σηκώσει κανέναν φοιτητή του τμήματος Βιολογίας.
- ε) Να σηκώσει τουλάχιστον έναν φοιτητή του Τμήματος Επιστήμης Υπολογιστών.

### Άσκηση 5

Υπολογίστε την πιθανότητα ένας αναγραμματισμός της λέξης AARDVARK να έχει τα Α σε διαδοχικές θέσεις. Έπειτα υπολογίστε το ίδιο για τα Σ στη λέξη ΘΑΛΑΣΣΙΑΣ.

### Άσκηση 6

Ρίχνουμε 2 τρίεδρα δίκαια ζάρια. Ορίζουμε την τ.μ.  $X$  ως το άθροισμα των τιμών τους.

- α) Υπολογίστε την συνάρτηση μάζας πιθανότητας  $p_X(x)$  και την μέση τιμή  $E[X]$  της τυχαίας μεταβλητής  $X$ .
- β) Σε ένα παιχνίδι τύχης πληρώνετε  $k$  ευρώ για το δικαίωμα να ρίξετε μία φορά τα ζάρια και κερδίζετε πέντε φορές το άθροισμα των ζαριών. Από ποια τιμή του  $k$  και πάνω το παιχνίδι αυτό θα είναι ισορροπημένο, δηλαδή θα κερδίζετε κατά μέσο όρο όσα χρήματα πληρώσετε?

### Άσκηση 7

Ένα δοχείο περιέχει 20 μπάλες αριθμημένες από το ένα μέχρι το είκοσι. Από το δοχείο αυτό επιλέγουμε ισόπιθανα χωρίς επανατοποθέτηση τρεις μπάλες και ορίζουμε την τ.μ.  $X$  ως τον μεγαλύτερο από τους αριθμούς που έχουν επιλεγεί.

- α) Ποιο είναι το πεδίο τιμών της τ.μ.  $X$ ? Υπολογίστε τη συνάρτηση πιθανότητας.
- β) Αν στοιχηματίσουμε ότι μία τουλάχιστον από τις 3 μπάλες θα φέρει αριθμό μεγαλύτερο ή ίσο από 17, ποια είναι η πιθανότητα να κερδίσουμε το στοιχείμα?