

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY-217: Πιθανότητες - Χειμερινό Εξάμηνο 2025-2026
Διδάσκων: Π. Τσακαλίδης

Δεύτερη Σειρά Ασκήσεων

Ημερομηνία Ανάθεσης: 13/10/2025

Ημερομηνία Παράδοσης: 24/10/2025

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

- Η παράδοση των ασκήσεών σας θα γίνεται ηλεκτρονικά, **ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ** μέσω της σελίδας e-learn του μαθήματος, **εδώ**. Παραδόσεις με e-mail, ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο δε θα γίνονται δεκτές και θα **μηδενίζονται**.
- Για την παράδοση, θα πρέπει να σκανάρετε ή να φωτογραφίσετε τις κόλλες των ασκήσεών σας και στη συνέχεια να φτιάξετε ένα PDF που θα περιλαμβάνει αυτές τις φωτογραφίες, δηλαδή το σύνολο της λυμένης σειράς ασκήσεων.
- Αριθμήστε τις σελίδες των ασκήσεών σας (από την άσκηση 1, στην άσκηση 2, στην άσκηση 3 κ.ο.κ.) και **ΣΗΓΟΥΡΕΥΤΕΙΤΕ** ότι τα σκαναρίσματα που έχετε κάνει έχουν δημιουργήσει εικόνες στις οποίες είναι **ΕΥΔΙΑΚΡΙΤΕΣ** και **ΕΥΚΟΛΟΔΙΑΒΑΣΤΕΣ** οι λύσεις σας. Θολές, και γενικότερα θορυβώδεις, εικόνες ενδέχεται να καταστήσουν αδύνατη τη διαδικασία της διόρθωσης και κατ' επέκταση να οδηγήσουν σε μηδενισμό των ασκήσεών σας.

Άσκηση 1

Σε ένα λεωφορείο με προορισμό το Πανεπιστήμιο Κρήτης, το 40% των επιβατών είναι φοιτητές που σπουδάζουν Επιστήμη Υπολογιστών, το 30% Μαθηματικά, το 20% Βιολογία και το 10% Ιατρική. Επίσης, οι φοιτητές τις Ιατρικής αποτελούν το 50% των φοιτητών, οι Μαθηματικοί το 25% και οι Βιολόγοι το 5%.

- (α) Επιλέγουμε τυχαία έναν φοιτητή. Ποια η πιθανότητα να βρίσκεται στο λεωφορείο;
- (β) Δεδομένου ότι ο φοιτητής βρίσκεται στο λεωφορείο, ποια η πιθανότητα να σπουδάζει Επιστήμη Υπολογιστών;

Άσκηση 2

Ένας σκληρός δίσκος ο οποίος περιέχει δεδομένα έχει χαλάσει. Εσείς προσπαθείτε να διαβάσετε χειρωνακτικά τα bits αλλά γνωρίζετε πως κάποια πιθανώς είναι λάθος. Αν υπάρχει ένα 0, τότε η πιθανότητα να διαβάσετε σωστά είναι 0.8, ενώ αν υπάρχει 1, η πιθανότητα να το διαβάσετε σωστά είναι 0.9. Δεδομένου ότι διαβάσετε 0 για κάποιο bit, ποια η πιθανότητα ότι το έχετε διαβάσει σωστά;

Άσκηση 3

Ένας παίκτης ρίχνει τρία βελάκια, το ένα μετά το άλλο. Έστω D_i το γεγονός το i -οστό βελάκι να χτυπήσει το στόχο. Δίνεται ότι:

- D_1 είναι ανεξάρτητο των D_2 και D_3 ΚΑΙ της τομής τους
- $P(D_1) = 0.8$
- $P(D_2) = 0.8$
- $P(D_3|D_2) = 0.9$
- $P(D_3|D_2^c) = 0.5$

- (α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα τρίτο βελάκι να χτυπήσει το στόχο.
- (β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα το δεύτερο βελάκι να έχει χτυπήσει το στόχο δεδομένου ότι το τρίτο βελάκι τον έχει χτυπήσει.
- (γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα και τα τρία βελάκια να χτυπήσουν το στόχο.
- (δ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ακριβώς δύο βελάκια να χτυπήσουν το στόχο.

Άσκηση 4

Έχουμε δύο κουτιά, το Α και το Β, στα οποία ρίχνουμε μέσα τυχαία τρεις μπάλες. Έστω ο δειγματοχώρος $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$ και έστω ω οι μπάλες που μπήκαν στο πρώτο κουτί. Θεωρούμε τα 4 αποτελέσματα του ω ισοπίθανα. Θεωρούμε ακόμα τα ενδεχόμενα:

- $A = \{\text{Το πρώτο κουτί περιέχει τουλάχιστον μία μπάλα}\}$
- $B = \{\text{Το δεύτερο κουτί περιέχει τουλάχιστον δύο μπάλες}\}$

- (α) Να υπολογιστούν τα $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$
- (β) Είναι τα Α και Β ανεξάρτητα;
- (γ) Είναι τα Α και A^c ανεξάρτητα;
- (δ) Είναι τα Β και B^c ανεξάρτητα;
- (ε) Είναι τα Α και $A \cup B$ ανεξάρτητα;
- (στ) Είναι τα Α και $A \cap B$ ανεξάρτητα;

Άσκηση 5

Μία ασφαλιστική εταιρία κατατάσσει τους ανθρώπους σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με την επικινδυνότητα τους στην οδήγηση: Κατηγορία μικρού, μέτριου και μεγάλου ρίσκου. Τα αρχεία της εταιρίας δείχνουν ότι οι πιθανότητες πελάτες μικρού, μέτριου και μεγάλου ρίσκου να έχουν ατύχημα κατά τη διάρκεια ενός έτους είναι 0.05, 0.15 και 0.30, αντίστοιχα. Αν το 20% του πληθυσμού αποτελείται από άτομα μικρού ρίσκου, το 50% αποτελείται από άτομα μέτριου ρίσκου και το υπόλοιπο 30% αποτελείται από άτομα μεγάλου ρίσκου, ποιο ποσοστό του πληθυσμού έχει ατύχημα κατά τη διάρκεια ενός έτους; Αν κάποιος ασφαλισμένος δεν είχε κανένα ατύχημα το 2024, ποια η πιθανότητα ότι είναι άτομο:

- (α) μικρού ρίσκου;
- (β) μέτριου ρίσκου;

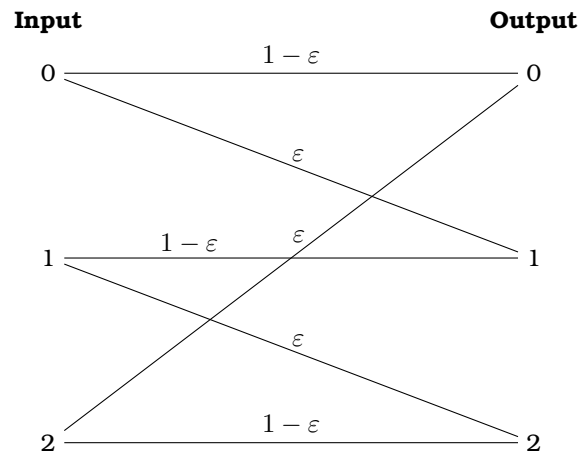
Άσκηση 6

Το 60% των κατοίκων της πόλης Α έχει μπλε αυτοκίνητα, ενώ το υπόλοιπο 40% έχει κόκκινα αυτοκίνητα. Κάποια στιγμή στην πόλη Α έγινε ένα τροχαίο και ο μόνος αυτόπτης μάρτυρας ισχυρίζεται ότι το αυτοκίνητο που ήταν υπεύθυνο για το δυστύχημα ήταν χρώματος κόκκινου. Παρόλα αυτά, ο μάρτυρας έχει προβλήματα όρασης και μπορεί να αναγνωρίσει σωστά το χρώμα του αυτοκινήτου μόνο το 75% των φορές. Ποιο είναι το χρώμα που κατά πάσα πιθανότητα είχε το αυτοκίνητο;

Άσκηση 7

Το διάγραμμα πιθανοτήτων μετάβασης για ένα τριαδικό κανάλι φαίνεται στο Σχήμα 1. Υποθέστε ότι τα σύμβολα 0, 1 και 2 στέλνονται με πιθανότητες $1/2$, $1/4$ και $1/4$ αντίστοιχα.

- (α) Βρείτε τις πιθανότητες λήψης συμβόλων.
- (β) Δεδομένου ότι λαμβάνεται 1, βρείτε τις πιθανότητες να εστάλη 0, 1 ή 2. Να απαντήσετε συναρτήσει του όρου ε (όπως φαίνεται και από το Σχήμα 1, το ε είναι η πιθανότητα η έξοδος του καναλιού να έχει διαφορετικό σύμβολο από αυτό της εισόδου. Αντίστοιχα, το $1 - \varepsilon$ είναι η πιθανότητα η έξοδος να έχει το ίδιο σύμβολο με την είσοδο).



Σχήμα 1: Διάγραμμα Πιθανοτήτων Μεταβάσεων